METHODES ENERGETIQUES

Dominique Dubuis
Lycée Margueritte VERDUN
http://www.bacssimargo.fr

*Il est possible de traiter certains problèmes de mécanique en utilisant les notions d'**énergie** et de **puissance**.*

Ces notions étant communes à toutes les branches de la physique, cela permet de faire le lien facilement avec d'autres domaines scientifiques :

- *l'électrotechnique (quelle doit être la puissance du moteur qui tirera des skieurs le long d'une pente ?)*
- *la chimie (quelle autonomie aura un véhicule si on remplace 85% du plein d'essence par un alcool ?)*
- *l'hydraulique (quelle puissance de pompe faut-il pour obtenir un jet d'eau de telle hauteur ?)*
- *la thermodynamique (quels aéronefs peut lancer la catapulte à vapeur qui équipe un porte-avion ?)*
- *etc.*

Historiquement, des scientifiques et philosophes, tels Galilée, Descartes, etc, avaient pressenti qu'il y avait quelque chose de constant dans les phénomènes naturels, et que ce qui semblait disparaître réapparaissait sous une autre forme. Des grandeurs physiques ont ainsi été exprimées dans différents domaines, avec d'ailleurs des unités différentes. Ce n'est que plus tard que le terme « énergie » a été utilisé à bon escient.
*Un grand bond a été fait à partir du moment où on a découvert, ou plutôt confirmé, un lien direct entre un effort et la chaleur qu'il pouvait produire par frottement (Joule, et aussi Mayer, ont travaillé pour cela sur le brassage de fluides, dans les années 1840). Ainsi a été trouvée une équivalence entre la chaleur et ce qu'on appelle le **TRAVAIL MECANIQUE.***
*Puis les recherches sur les premières machines thermiques destinées à produire du travail mécanique ont donné naissance à la thermodynamique, dont le premier postulat est la **conservation de l'énergie** : un principe universel en physique, qui a donc des applications en mécanique.*

1. TRAVAIL MECANIQUE

Il y a travail mécanique à partir du moment où un effort agit sur le déplacement d'un point.

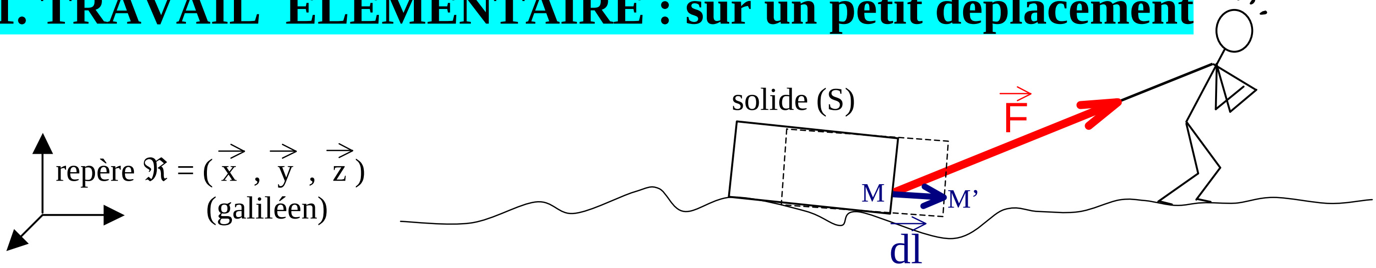
Le travail est le produit EFFORT utile × DEPLACEMENT

Unité : le Joule (J) **est le travail d'une force de 1 Newton qui déplace son point d'application de 1 mètre, dans sa direction.**

*Ce que j'appelle "**effort utile**" est la composante de l'effort qui agit effectivement sur le déplacement, en l'aidant ou en le freinant : ce peut être la projection d'une force sur la direction d'une translation, ou un couple agissant sur un axe.*
Le déplacement en question peut être celui d'un solide complet, ou d'une partie seulement (déformation).

2. TRAVAIL d'une FORCE

2.1. TRAVAIL ELEMENTAIRE : sur un petit déplacement

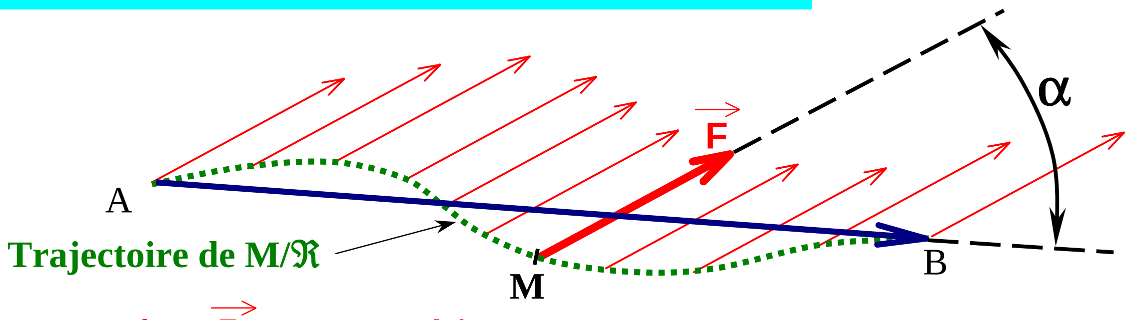


Mathématiquement, dans le petit déplacement $\vec{dl}$ du point M au point M' par rapport au repère $\Re$,
le TRAVAIL ELEMENTAIRE vaut :

$$\mathbf{dW = \vec{F} \cdot \vec{dl} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{MM'}}$$

C'est un produit scalaire , qui donne donc un nombre

2.2. TRAVAIL d'une FORCE CONSTANTE



La force $\vec{F}$ est constante, liée au point M

TRAVAIL de la FORCE CONSTANTE $\vec{F}$ pendant son déplacement de A vers B :

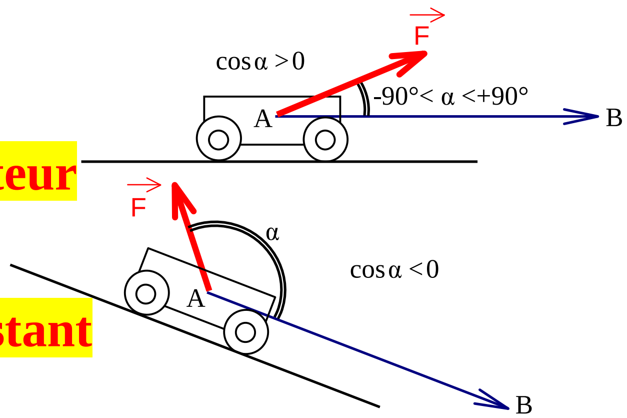
$$W = \vec{F} \cdot \vec{AB} = \underbrace{\| \vec{F} \| \cdot \| \vec{AB} \| \cdot \cos\alpha}_{\text{c'est la définition mathématique du produit scalaire}}$$

le travail d'une force constante ne dépend pas du chemin suivi entre A et B !

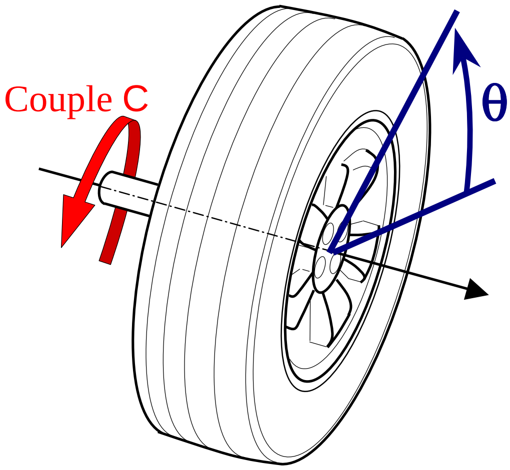
2.3. NATURE d'un travail

si W>0 le travail est moteur

si W<0 le travail est résistant



3. TRAVAIL D'UN COUPLE



TRAVAIL du COUPLE C pendant la rotation d'angle θ :

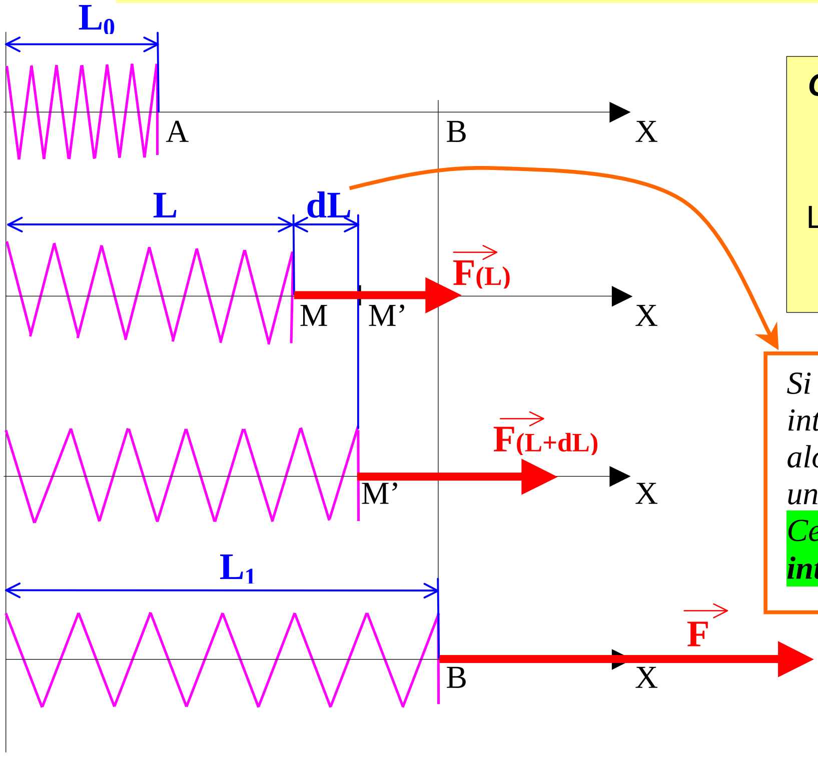
$$W = C \cdot \theta$$

Joules (W) — **Newton.mètres** (C) — **radians** (θ)

Le couple est **MOTEUR** si W>0, c'est à dire si C et ω ont même signe sur l'axe de rotation
Le couple est **RESISTANT** si W<0, c'est à dire si C et ω ont des signes opposés (cas d'un frein).

4. EXEMPLE DE CALCUL D'UN TRAVAIL

TRAVAIL NECESSAIRE POUR DEFORMER UN RESSORT



CARACTERISTIQUES DU RESSORT

Raideur : **k** (N/m)

Longueur à vide : **Lo** (m)

L'effort pour une longueur L est donc :

$$\mathbf{F_{(L)} = k\,.\,(L - L_0)}$$

*Si la différence entre deux positions intermédiaires, appelée **dL**, **tend vers zéro**, alors nous aurons à la fin à "additionner" une infinité de termes pour passer de L_0 à L_1. Cela fait un excellent exercice de **calcul intégral** pour un élève de terminale !*

Quel travail doit recevoir ce ressort pour s'étendre de sa longueur libre L_0 à une longueur L_1 ?

Le problème n'est pas simple puisque la force n'est pas constante : plus on tire et plus le ressort résiste…

***La première étape consiste à calculer le travail élémentaire**, c'est à dire d'une position quelconque à une autre position très proche (mathématiquement : infiniment proche).*

TRAVAIL ELEMENTAIRE de la force $\overrightarrow{F}$ de M à M' : $dW = \overrightarrow{F}\,.\,\overrightarrow{MM'} = F.dL = k(L-L_0).dL$

La deuxième étape consiste à faire la "somme" de tous les travaux élémentaires de l_0 à l_1

(Somme sous forme d'intégrale puisqu'il y a une infinité de termes à ajouter ; La variable sera L)

TRAVAIL TOTAL de la force $\overrightarrow{F}$ pour allonger le ressort de A à B

$$W = \int_{L_0}^{L_1} dW = \int_{L_0}^{L_1} k(L-L_0).dL = \int_{L_0}^{L_1} (k.L - k.L_0).dL = \Big[k.L^2/2 - k.L_0.L\Big]_{L_0}^{L_1} = k.L_1^2/2 - k.L_0.L_1 - k.L_0^2/2 + k.L_0.L_0$$

primitive (n'oubliez pas que la variable est L)

$$= \tfrac{1}{2}\,k.(L_1^2 + L_0^2 - 2.L_0.L_1)$$

$$= \tfrac{1}{2}\,k.(L_1 - L_0)^2$$

***Le travail** à fournir pour étendre (ou comprimer) un ressort de sa longueur libre L_0 jusqu'à une longueur L est donc :* $\mathbf{W = \tfrac{1}{2}\,k.(L - L_0)^2}$

*On verra dans la suite du cours que **cela représente aussi l' énergie** :*

- ***consommée** pour déformer le ressort (en prenant le temps que l'on veut)*
- ***stockée** par le ressort (sous forme d'énergie potentielle d'élasticité)*
- ***restituée** par le ressort lorsqu'il retrouve sa forme, et que l'on peut utiliser pour frapper, lancer un objet...*

5. DU TRAVAIL A LA PUISSANCE

le travail est donc le produit : $\boxed{\textit{travail} = \textit{effort (utile)} \times \textit{déplacement}}$

On verra dans la suite que le travail correspond à une énergie consommée (ou dissipée, si c'est un freinage)
Le travail, comme la quantité d'énergie, ne dépendent pas de la durée du mouvement.
Ainsi, le travail du bras d'un archer qui bande son arc est le même que celui restitué par l'arc à la flèche.
Mais alors, pourquoi ne pas lancer directement la flèche avec le bras ?
Parce que l'arc est capable de fournir le travail mécanique à la flèche en un temps beaucoup plus court que le bras. On dira que l'arc a plus de PUISSANCE.

La PUISSANCE est donc proportionnelle au travail, et inversement proportionnelle au temps :

$$\textit{Puissance} = \frac{\textit{travail}}{\textit{durée}} = \textit{effort (utile)} \times \textit{vitesse}$$

Unité : le Watt (W) *équivaut à 1 Joule par seconde*

On rappelle la correspondance avec une ancienne unité : 1 cheval = 736 W ou 1 kW = 1,36 cheval
(ce n'est pas très réglementaire, mais si cela peut éviter à un élève d'affecter une bonne cinquantaine de chevaux à un simple moteur d'essuie-glace…)

6. PUISSANCE développée par une action mécanique pendant un mouvement

6.1. DEFINITION

Soit une **action mécanique** qui **produit un travail élémentaire dw pendant un temps dt**

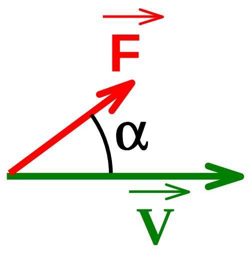
La puissance instantanée est la dérivée par rapport au temps du travail instantané.

$$\mathbf{P} = \frac{dW}{dt}$$

6.2. PUISSANCE développée par une FORCE $\vec{F}$

$$\mathbf{P} = \vec{F} \cdot \vec{V} = \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{V}\| \cdot \cos\alpha$$

Watts Newtons m/s



6.3. PUISSANCE développée par un COUPLE C

$$\mathbf{P} = \mathbf{C} \cdot \omega$$

Watts N.m rad/s

7. ENERGIE

7.1. DEFINITION :

On appelle énergie toute grandeur physique susceptible de se transformer en travail mécanique. **UNITE :** ***le Joule*** **(J)** *(la même que le travail)*

7.2. QUELQUES FORMES D'ENERGIE, transformations

	mécanique	électrique	Chimique	Calorifique
mécanique	*boîte de vitesses*	*alternateur*		*frottement*
électrique	*moteur électrique*	*transformateur*	*électrolyse*	*résistance*
chimique	*muscle*	*pile*		*combustion*
calorifique	*moteur à combustion*			*échangeur de chaleur*
nucléaire	*bombe A*			*réacteur nucléaire*

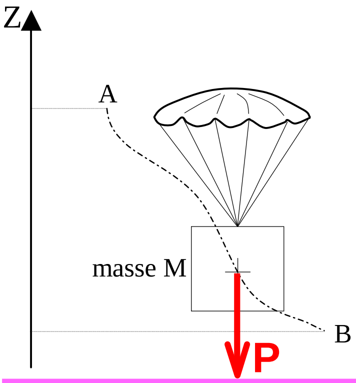
8. ENERGIE MECANIQUE

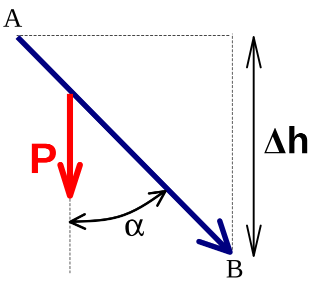
Elle est directement transformable en travail mécanique ; Elle existe sous deux formes principales :

- ***énergie potentielle = "réserve" d'énergie***
- ***énergie cinétique = celle d'une masse en mouvement***

8.1. ENERGIE POTENTIELLE DE PESANTEUR

Prenons l'exemple d'une descente en parachute d'une masse M :





Le poids a-t-il fourni un travail ?
Il s'agit d'une force constante, donc on applique la relation :

$$\mathbf{W = \vec{P} \cdot \vec{AB} = \underbrace{\|\vec{P}\|}_{\substack{\text{poids} \\ P = m.g}} \cdot \underbrace{\|\vec{AB}\| \cdot \cos\alpha}_{\text{différence d'altitude } \Delta h}}$$

donc $\mathbf{W = m \cdot g \cdot \Delta h}$

Le poids a bien fourni un travail mécanique W = m.g.Δh ***entre*** A ***et*** B.
Ce travail vient donc d'une énergie que le solide possédait en A, ***et dont il a perdu une certaine quantité en descendant en*** B ***:***

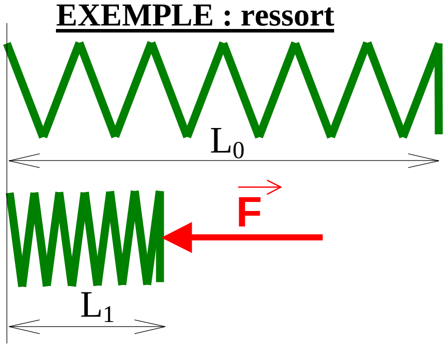
l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{P\,pes} = m.g.h$

m = masse (kg)
g = 9,81 m/s^2
h = altitude (m)

En pratique, il est difficile de calculer la vraie valeur de l'énergie de pesanteur : il faudrait pour cela fixer une "altitude zéro", en toute rigueur au centre de la Terre, avec g non constant !
En revanche, on calculera très facilement une ***différence*** *d'énergie d'une altitude à une autre, même sur quelques centaines, voire milliers de mètres, g étant alors supposé à peu près constant .*

8.2. ENERGIE POTENTIELLE D'ELASTICITE

EXEMPLE : ressort



Pour comprimer ce ressort, on a vu (en 4.) que la force $\vec{F}$ doit lui fournir un travail égal à :

$$W_{Lo \text{ à } L_1} = ½ . k . (L_1 – L_0)^2$$

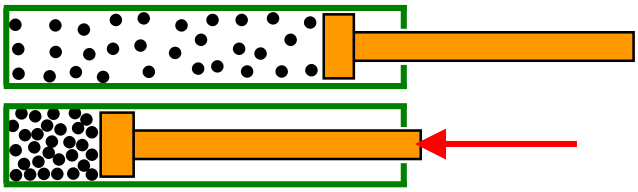
On peut montrer de la même façon que ce ressort peut restituer la même valeur de travail en se détendant.
Il stocke donc cette quantité de travail : c'est une forme d'énergie mécanique potentielle.

On dit qu'un ressort possède, lorsqu'il est déformé, une énergie potentielle d'élasticité : $E_{P\ élast} = ½\ k\ (L_1 – L_0)^2$

k = raideur (N/m)
L_0 = longueur initiale
L_1 = longueur finale

8.3. ENERGIE POTENTIELLE DE PRESSION

EXEMPLE : ressort à gaz



De la même façon que pour le ressort ci-dessus, le gaz comprimé est capable de fournir un travail en se détendant. Il existe donc une énergie potentielle de pression.
Malheureusement, son expression n'est pas simple, puisqu'elle ne dépend pas que de la pression p*, mais de la façon dont elle varie en fonction du volume* v *: p = f(v)*
(une détente lente, à température constante ne donne pas le même travail qu'une détente brutale, où le gaz se refroidit).

L'expression est donnée pour information, mais c'est de la thermodynamique, pas de la mécanique niveau terminale !

$$E_{P\ press} = \int p\ .\ dv$$

8.4. ENERGIE CINETIQUE

8.4.1. SOLIDE EN TRANSLATION RECTILIGNE

$$E_{CIN\ (transl)} = ½\ M.V^2$$

M = masse (kg)
V = vitesse (m/s)

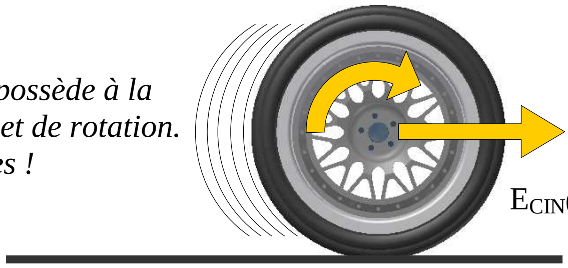
8.4.2. SOLIDE EN ROTATION

autour d'un axe principal d'inertie (⇒ passant par le centre de gravité)

$$E_{CIN\ (rot)} = ½\ J.\omega^2$$

J = moment d'inertie (kg.m²)
ω = fréquence de rotation (rad/s)

Notez qu'une roue de véhicule possède à la fois de l'énergie de translation et de rotation.
Il faudra ajouter les deux termes !



$E_{CIN}(roue) = ½\ MV^2 + ½\ J\omega^2$

9. THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

Pour un solide (S) indéformable, dans un repère galiléen :

Entre deux instants t_1 et t_2 , la variation d'énergie cinétique du solide (S) est égale à la somme des travaux des actions mécaniques extérieures appliquées à (S).

$$\Sigma W_{(\text{forces ext.})} = Ecin_{\text{finale}} - Ecin_{\text{initiale}}$$

Dans les travaux des forces extérieures, il peut y avoir des valeurs positives (forces motrices), comme des valeurs négatives (forces résistantes, frottements, traînée aérodynamique…).

Ce théorème est une conséquence du principe fondamental de la dynamique. Il peut le remplacer si on ne cherche pas à calculer toutes les inconnues du problème, mais seulement une valeur "stratégique".
Par exemple :

- *calculer la vitesse de lancement d'un projectile par un système à ressort.*
- *calculer la vitesse d'un solide en chute libre*
- *calculer la vitesse d'un chariot qu'on laisse descendre une pente.*
- *Calculer le couple à appliquer aux roues d'un véhicule pour l'amener à une certaine vitesse*
- *Evaluer les efforts dynamiques engendrés par un arrêt brutal (accident, choc…)*
- *Calculer la fréquence d'oscillation d'un pendule*

10. CONSERVATION DE L'ENERGIE MECANIQUE

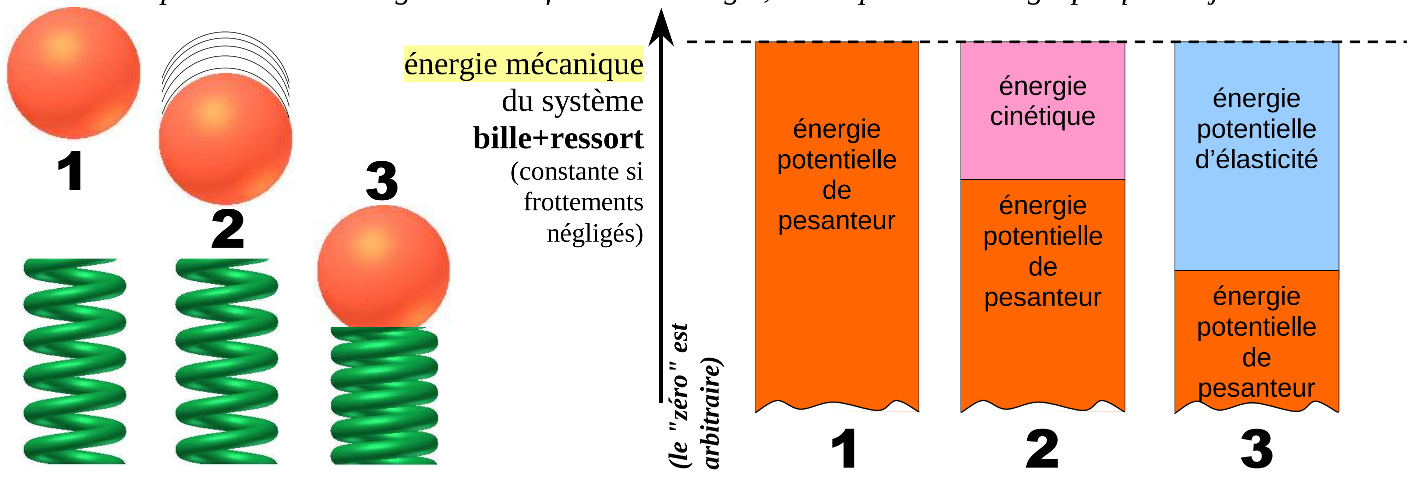
D'une façon générale, pour un système fermé, l'énergie se conserve. Il ne peut y avoir que des transformations, et même l'énergie que l'on n'a pas pu utiliser correctement se transforme, au pire, en chaleur.
En pratique, pour un système de taille "humaine", cette chaleur finit rapidement par s'évacuer vers l'extérieur.

Mais si ces pertes de chaleur, donc les frottements, sont négligeables, et si le système n'échange aucune autre forme d'énergie avec l'extérieur, alors son énergie mécanique est constante :

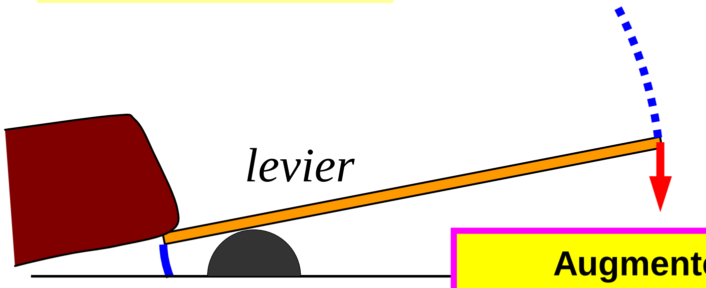
$$E_{\text{MECANIQUE}} = E_{\text{POTENTIELLE}} + E_{\text{CINETIQUE}} = \text{CONSTANTE}$$

de pesanteur **d'élasticité** **de pression** **de translation** **de rotation**

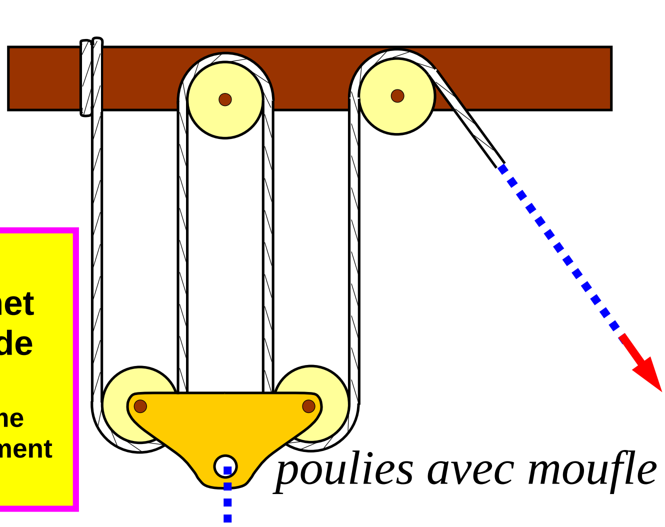
Pour mieux représenter les changements de formes d'énergie, une représentation graphique est judicieuse :

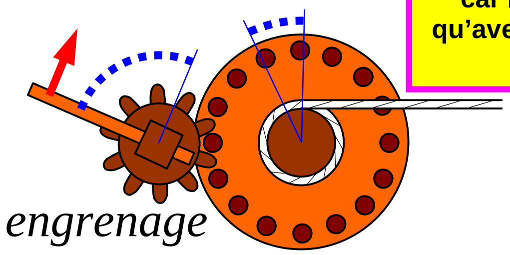


Il est intéressant de noter que c'est ce principe de conservation de l'énergie qu'on utilise, sans le savoir, depuis au moins deux millénaires !



Augmenter le déplacement permet de réduire l'effort de manœuvre
car l'énergie est la même qu'avec un petit déplacement et un effort élevé



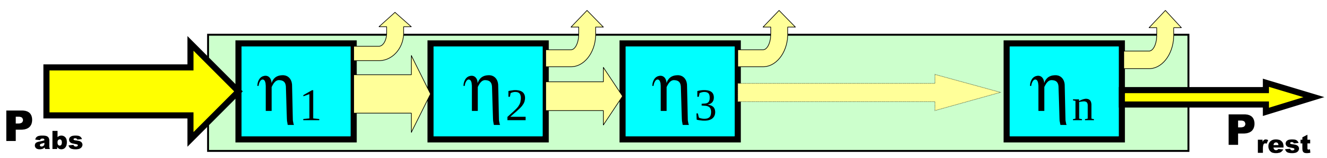


11. RENDEMENT ENERGETIQUE d'un système quelconque

Puissance restituée (ou "utile") = η × Puissance absorbée

Le rendement η (« éta ») est toujours inférieur à 1 (si on le pose parfois égal à 1, ce n'est qu'une approximation)

CAS DE PLUSIEURS SYSTEMES « EN SERIE »



$$P_{restituée} = P_{utile} = \underbrace{\eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times .... \times \eta_n}_{} \times P_{absorbée}$$

rendement global : **η_{GLOBAL} = produit des rendements successifs**