

Résistance des matériaux

HYPOTHESES NECESSAIRES A LA THEORIE DES POUTRES :

Matériau : Il est **continu** (à une échelle macroscopique tout le volume considéré est rempli de façon continue), **isotrope** (les caractéristiques du matériau sont identiques dans toutes les directions) et **homogène** (le matériau composant le solide est identique en chaque point).

Modèle poutre : Un solide est considéré comme une poutre si :
 - Sa ligne moyenne est droite ou à grand rayon de courbure.
 - Il n'y a pas de variation brusque de section.

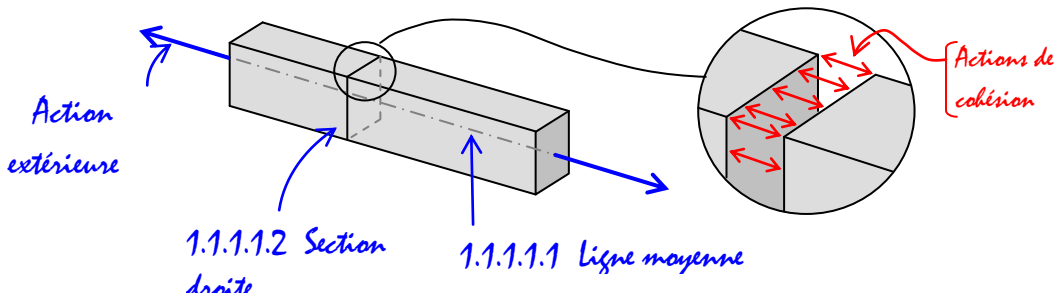
Ces deux cas engendreraient des concentrations de contrainte.

Déformations :

- Elles doivent être de faible envergure (infinitésimales pour supposer que les points d'application des actions mécaniques ne bougent pas).
- Chaque section reste perpendiculaire à la ligne moyenne.

Une poutre est composée d'un assemblage structuré d'atomes maintenus par les forces de cohésion inter-atomes.

La méthode des poutres s'intéresse aux actions de cohésion dans une **section droite** (section droite : section perpendiculaire à la ligne moyenne).



SOLLICITATIONS		
Traction ou compression	Torsion	Flexion
<p>Traction Compression</p>	<p>Attention : l'étude spécifique de la torsion ne peut se faire que sur des poutres de révolution (section circulaire).</p>	
DEFORMATIONS		
<p>Traction : allongement axial et rétrécissement latéral Compression : rétrécissement axial et épaissement latéral</p>	<p>Attention : dessin avec poutre à section rectangulaire seulement pour pouvoir visualiser la déformation de torsion</p>	<p>Fibre neutre Fibres comprimées Fibres tendues</p>

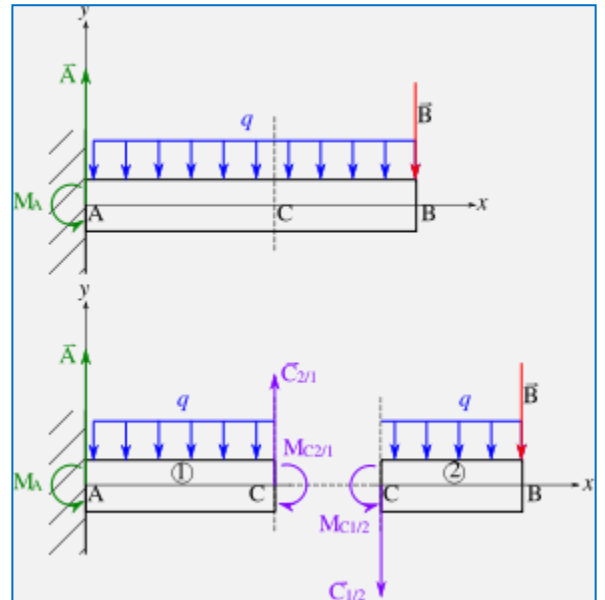
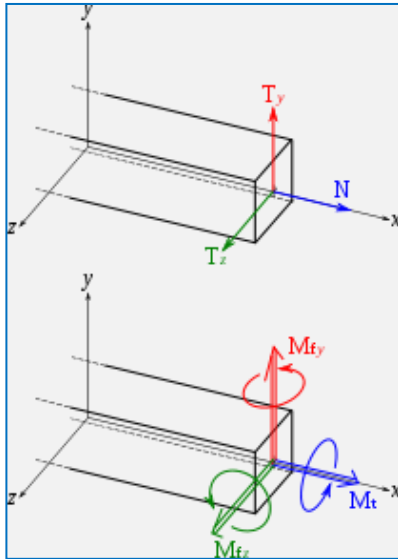
Torseur de cohésion

Considérons une poutre sollicitée par des actions mécaniques extérieures.

Une coupe virtuelle de cette poutre et une étude statique de ce tronçon nous fait apparaître des efforts de cohésion dans la section coupée.

Ces efforts peuvent être définis par un torseur réduit dans la section et positionné sur la fibre neutre de la poutre (fibre non modifiée en longueur).

Ce torseur est nommé "**Torseur de Cohésion**".



$$\{T_{coh}\} = \begin{Bmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{Bmatrix}_{Gxyz}$$

Composantes du torseur :

- N : Effort Normal
- Mt : Moment de Torsion
- T : Effort Tranchant
- Mf : Moment fléchissant

Notion de contraintes

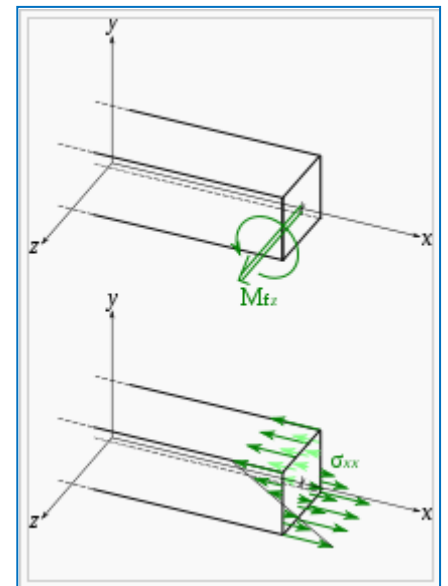
La contrainte est une composante élémentaire des efforts de cohésion, ou un effort élémentaire appliqué à une surface élémentaire. Une contrainte est donc une force divisée par une surface.

Elle est homogène à une pression et, en mécanique, est exprimée en N/mm² (ou Mpa)

Répartition de contraintes :

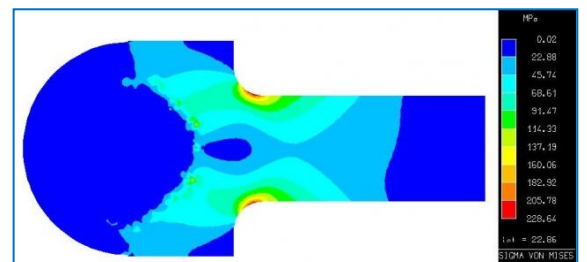
Les contraintes ne sont pas forcément réparties uniformément dans la section.

Ci-contre, la répartition de contraintes dans une section soumise à de la flexion pure, donc à un torseur de cohésion ne faisant apparaître qu'un moment fléchissant (ici suivant z)



Concentration de contraintes

La concentration de contrainte est un phénomène survenant lorsque la section d'une pièce varie de manière brutale : trou (perçage), rainure, épaulement, gorge, fond de fissure, ...

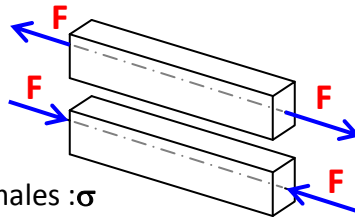


CALCUL DE RESISTANCE

Calculer une résistance de pièce revient à comparer la contrainte à l'intérieur de celle-ci à la contrainte maximale que supporte le matériau la composant.
La déformation est directement proportionnelle à la contrainte.

EXEMPLE

Traction -compression



Type de contraintes :

Normales : σ

$\sigma > 0 \rightarrow$ traction

$\sigma < 0 \rightarrow$ compression

Limite à ne pas dépasser :

« Condition de résistance »

Avec

Re = limite élastique,

Rpe = résistance pratique à l'extension

s = coefficient de sécurité.

$$\sigma = \frac{F \text{ (N)}}{S \text{ (mm}^2\text{)}} \quad (\text{MPa} = \text{N/mm}^2)$$

$$\sigma_{\max} \leq R_{pe}$$

$$R_{pe} = \frac{R_e}{s}$$

LOI DE HOOKE

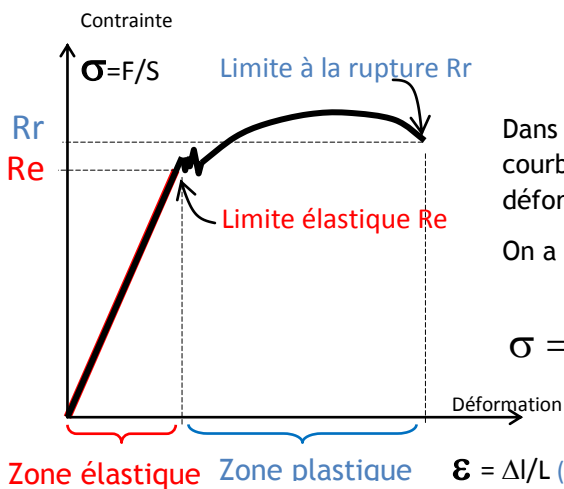
$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

avec **E** = module d'élasticité longitudinal ou **module de YOUNG**

(Acier $E \cong 210\,000$ MPa)

Relation contrainte - déformation :



Dans la zone élastique la courbe contrainte / déformation est rectiligne.

On a donc :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

Contrainte équivalente :

Lors de chargements de pièces quelconques, la contrainte ne peut souvent plus être définie Normale (σ) ou Tangentielle (τ). Une contrainte équivalente à une contrainte normale est alors utile pour réaliser une étude de résistance.

Ces contraintes équivalentes sont le plus souvent définies suivant les critères de **Tresca** ou de **Von Mises**.

Résistance élastique de matériaux usuels		
Matière	Nuance	R _e (MPa)
Bois lamellé-collé	GL24 à GL32	24 à 32
Alliage d'aluminium	AU 4G	450
Acier de construction usuel non allié	S235 à S355	235 à 355
Acier au carbone trempé	XC 30 (C30)	350 à 400
Acier faiblement allié trempé	30 Cr Ni Mo 16 (30 CND 8)	700 à 1 450
Alliage de Titane	TA 6V	1 200
Verre		2 500 à 3200
Composites Fibre/matrice	Verre ou Carbone	1 000 à 1 80

Module d'Young	
Matériaux	Module (GPa)
Acier de construction	210
Acier à ressorts	220
Acier inoxydable 18-10	203
Bronze (cuivre + 9 à 12 % d'étain)	124
Cuivre laminé U4 (Recuit)	90
<i>Duralumin AU4G</i>	75
Fontes	83 à 170
Béton	20 à 50
Bois (sens de fibre)	10 à 20
Caoutchouc	0,001 à 0,1
Fibre de carbone haut module	640
Fibre de carbone haute résistance	240
Kevlar	34,5
Nylon	2 à 5
Plexiglas	2,38
Polycarbonate	2,3
Polyéthylène	0,2 à 0,7
Polystyrène	3 à 3,4