

Un lien parfait entre le ratio d'or et la suite de Fibonacci

Phi $\varphi = 1,6180339887\dots$

phi $\phi = 0,6180339887\dots$

Première suite :

$$1 + 1\phi = \text{Phi}^1$$

$$2 + 1\phi = \text{Phi}^2$$

$$3 + 2\phi = \text{Phi}^3$$

$$5 + 3\phi = \text{Phi}^4$$

$$8 + 5\phi = \text{Phi}^5$$

$$13 + 8\phi = \text{Phi}^6$$

$$21 + 13\phi = \text{Phi}^7$$

Etc.

Deuxième suite :

$$\text{Phi}^1 + 1\phi^2 = 2$$

$$\text{Phi}^2 + 1\phi^2 = 3$$

$$\text{Phi}^3 + 2\phi^2 = 5$$

$$\text{Phi}^4 + 3\phi^2 = 8$$

$$\text{Phi}^5 + 5\phi^2 = 13$$

$$\text{Phi}^6 + 8\phi^2 = 21$$

$$\text{Phi}^7 + 13\phi^2 = 34$$

Etc.

ÉQUATIONS :

<p>On sait que :</p> $\frac{f_{(n)}}{f_{(n-1)}} \approx 1,618\dots$	<p>Ces équations modifient le rapport afin d'obtenir la valeur précise de φ :</p> $\rightarrow \frac{f_{(n)} + (f_{(n-1)} \times \phi)}{f_{(n-1)} + (f_{(n-2)} \times \phi)} = \varphi$ $\rightarrow \frac{f_{(n)} - (f_{(n-2)} \times (1 - \phi))}{f_{(n-1)} - (f_{(n-3)} \times (1 - \phi))} = \varphi$
---	--

N^{ième} nombre de la suite de Fibonacci

Cette équation permet de trouver le n^{ième} nombre de la suite de Fibonacci avec une précision absolue.
Seule la valeur de Phi est utilisée...

ÉQUATION :

$$f(n) = \text{Phi}^n (\text{Phi}^{-2} + \text{Phi}^{-6} + \text{Phi}^{-10} + \text{Phi}^{-14} + \text{Phi}^{-18} + \text{Phi}^{-22} + \dots \text{Phi}^{-(x-4)} + \text{Phi}^{-(x-1)})$$

- $\lfloor n/2 \rfloor$ = nombre d'itérations – arrondi (vers le haut)
- Si n est impair, ajouter une itération supplémentaire $\rightarrow \text{Phi}^{-(x-1)}$.

$$\text{Ex. : } f(5) = \text{Phi}^5 (\underset{1}{\text{Phi}^{-2}} + \underset{2}{\text{Phi}^{-6}} + \underset{3}{\text{Phi}^{-10}} + \text{Phi}^{-11}) = 5$$

Nombre d'itérations $\rightarrow 5/2 = 2,5$ arrondi (vers le haut) = 3 \rightarrow Donc 3 itérations plus une itération supplémentaire car 5 est impair.

Exemple 1 :

Si $n = 6$

$\lfloor n/2 \rfloor = 3$ itérations

$$f(6) = \text{Phi}^6 (\underset{1}{\text{Phi}^{-2}} + \underset{2}{\text{Phi}^{-6}} + \underset{3}{\text{Phi}^{-10}})$$

$$f(6) = 17,944\dots \times (0,3819\dots + 0,0557\dots + 0,0081\dots) = 8$$

Exemple 2 :

Si $n = 11$

$\lfloor n/2 \rfloor = 6$ itérations

n est impair, on ajoute $\text{phi}^{(x-1)}$

$$f(11) = \text{Phi}^{11} \left(\underset{1}{\text{Phi}^{-2}} + \underset{2}{\text{Phi}^{-6}} + \underset{3}{\text{Phi}^{-10}} + \underset{4}{\text{Phi}^{-14}} + \underset{5}{\text{Phi}^{-18}} + \underset{6}{\text{Phi}^{-22}} + \text{Phi}^{-23} \right)$$

$$f(11) = 199,005... \times (0,3819... + 0,0557... + 0,0081... + 0,0011... + 0,00017... + 0,000025... + 0,0000156...) = 89$$

Exemple 3 :

Si $n = 12$

$\lfloor n/2 \rfloor = 6$ itérations

$$f(12) = \text{Phi}^{12} \left(\underset{1}{\text{Phi}^{-2}} + \underset{2}{\text{Phi}^{-6}} + \underset{3}{\text{Phi}^{-10}} + \underset{4}{\text{Phi}^{-14}} + \underset{5}{\text{Phi}^{-18}} + \underset{6}{\text{Phi}^{-22}} \right)$$

$$f(12) = 321,996... \times (0,3819... + 0,0557... + 0,0081... + 0,0011... + 0,00017... + 0,000025...) = 144$$