

INTÉGRATION PAR PARTIES - CHANGEMENTS DE VARIABLE

Exercice 1 - Changements de variables - Niveau 1 - L1/Math Sup - *

En effectuant un changement de variables, calculer

$$1. \int_1^4 \frac{1 - \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt \quad 2. \int_1^2 \frac{e^x}{1 + e^x} dx$$

Exercice 2 - Changements de variables - Niveau 2 - L1/Math Sup - **

En effectuant un changement de variables, calculer

$$1. \int_1^e \frac{(\ln x)^n}{x} dx, n \in \mathbb{N} \quad 2. F(x) = \int_1^x \frac{e^t}{(3 + e^t)\sqrt{e^t - 1}}, x > 0$$

Exercice 3 - Changements de variables - Recherche de primitives - L1/Math Sup - **

**

En effectuant un changement de variables, donner une primitive des fonctions suivantes :

$$1. x \mapsto \frac{\ln x}{x} \quad 2. x \mapsto \cos(\sqrt{x})$$

Exercice 4 - Intégration par parties - Niveau 1 - L1/Math Sup - *

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$1. x \mapsto \arctan(x) \quad 2. x \mapsto (\ln x)^2 \quad 3. x \mapsto \sin(\ln x).$$

Exercice 5 - Intégration par parties - Niveau 2 - L1/Math Sup - **

Calculer les intégrales suivantes :

$$1. I = \int_0^1 x(\arctan x)^2 dx \quad 2. J = \int_0^1 \frac{x \ln x}{(x^2 + 1)^2}.$$

Exercice 6 - Une suite d'intégrales - L1/Math Sup - **

Pour (n, p) éléments de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}$, on pose

$$I_{n,p} = \int_0^1 x^n (\ln x)^p dx.$$

Calculer $I_{n,p}$.

Exercice 7 - Une autre suite d'intégrales - L1/Math Sup - **

Soient $(\alpha, \beta, n) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}$. Calculer

$$\int_\alpha^\beta (t - \alpha)^n (t - \beta)^n dt.$$

FRACTIONS RATIONNELLES

Exercice 8 - Fractions rationnelles - Niveau 1 - L1/Math Sup - ★

Donner une primitive des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{1.} & x \mapsto \frac{3x+2}{x^2+x+1} \\
 \mathbf{2.} & x \mapsto \frac{1}{x^2+4x+5} \\
 \mathbf{3.} & x \mapsto \frac{x^3+2x}{x^2+x+1} \\
 \mathbf{4.} & x \mapsto \frac{2x-1}{(x+1)^2}
 \end{array}$$

Exercice 9 - Fractions rationnelles - Niveau 2 - L1/Math Sup - ★

Donner une primitive des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{1.} & x \mapsto \frac{1}{(x-1)^3} \\
 \mathbf{2.} & x \mapsto \frac{x}{(x^2-4)^2}
 \end{array}$$

Exercice 10 - Grande puissance - L1/Math Sup - ★★

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose

$$I_n = \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^n}.$$

1. Exprimer I_{n+1} en fonction de I_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. En déduire la valeur de I_3 .

AVEC LA FONCTION EXPONENTIELLE

Exercice 11 - Fonction exponentielle - Niveau 1 - Math Sup/L1 - ★

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{1.} & x \mapsto \frac{1}{\cosh x} \\
 \mathbf{2.} & x \mapsto \frac{1}{1+e^x} \\
 \mathbf{3.} & x \mapsto e^x(2x^3+3x^2-x+1).
 \end{array}$$

Exercice 12 - Fonction exponentielle - Niveau 2 - Math Sup/L1 - ★

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{1.} & x \mapsto \frac{\cosh x - 1}{\cosh x + 1} e^x \\
 \mathbf{2.} & x \mapsto \frac{1}{\cosh x(1 + \sinh x)}
 \end{array}$$

Exercice 13 - Exponentielle et trigonométrie - Math Sup/L1 - ★

Calculer les intégrales suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{1.} & I = \int_0^\pi x^2 e^x \cos x dx \\
 \mathbf{2.} & J = \int_0^{2\pi} e^{-x} \sin^2 x dx.
 \end{array}$$

FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Exercice 14 - Puissances et produits - L1/Math Sup - ★

Donner une primitive des fonctions suivantes :

1. $x \mapsto \sin^5 x$ 2. $x \mapsto \cos^4 x \sin^2 x$ 3. $x \mapsto \cos(3x) \cos^3 x$.

Exercice 15 - Intégrale trigonométrique - Niveau 1 - L1/Math Sup - ★★

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^3(t)}{1 + \cos^2 t} dt$ 2. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x}$ 3. $\int_0^{\pi/3} (1 + \cos(x)) \tan(x) dx$.

Exercice 16 - Intégrale trigonométrique - Niveau 2 - Math Sup/L1 - ★★

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^{\pi/4} \frac{\tan x}{\sqrt{2} \cos x + 2 \sin^2 x} dx$ 2. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \sin x}$.

Exercice 17 - Intégrale trigonométrique - Niveau 3 - L1/Math Sup - ★★★

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^{\pi} \frac{1 - \cos(x/3)}{\sin(x/2)} dx$ 2. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x + \sin 2x}$.

INTÉGRALES ABÉLIENNES

Exercice 18 - Intégrales abéliennes - Niveau 1 - Math Sup/L1 - ★

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

1. $x \mapsto \frac{1}{1 - \sqrt{x+2}}$ 2. $x \mapsto \frac{1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$
 3. $x \mapsto \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

Exercice 19 - Intégrale abélienne - Niveau 2 - Math Sup/L1 - ★★

Calculer $\int_1^2 x\sqrt{x^2 - 2x + 5} dx$.