

Synthèse d'un décompteur synchrone 4 bits en code Gray

 Domaine d'application :
Les systèmes logiques

 Type de document :
Professeur

 Classe :
Terminale

Date :

Le but de cet exercice consiste à réaliser un décompteur synchrone à cycle complet, décomptant en code Gray sur 4 bits, à partir de 4 bascules JK.

I - Tableau séquentiel des valeurs de sortie

Sorties									Entrées à l'instant t							
A l'instant t				A l'instant t + 1				J3	K3	J2	K2	J1	K1	J0	K0	
chiffre	Q3	Q2	Q1	Q0	Q3	Q2	Q1	Q0								
15	1	0	0	0	1	0	0	1	Φ	0	0	Φ	0	Φ	1	Φ
14	1	0	0	1	1	0	1	1	Φ	0	0	Φ	1	Φ	Φ	0
13	1	0	1	1	1	0	1	0	Φ	0	0	Φ	Φ	0	Φ	1
12	1	0	1	0	1	1	1	0	Φ	0	1	Φ	Φ	0	0	Φ
11	1	1	1	0	1	1	1	1	Φ	0	Φ	0	Φ	0	1	Φ
10	1	1	1	1	1	1	0	1	Φ	0	Φ	0	Φ	1	Φ	0
9	1	1	0	1	1	1	0	0	Φ	0	Φ	0	0	Φ	Φ	1
8	1	1	0	0	0	1	0	0	Φ	1	Φ	0	0	Φ	0	Φ
7	0	1	0	0	0	1	0	1	0	Φ	Φ	0	0	Φ	1	Φ
6	0	1	0	1	0	1	1	1	0	Φ	Φ	0	1	Φ	Φ	0
5	0	1	1	1	0	1	1	0	0	Φ	Φ	0	Φ	0	Φ	1
4	0	1	1	0	0	0	1	0	0	Φ	Φ	1	Φ	0	0	Φ
3	0	0	1	0	0	0	1	1	0	Φ	0	Φ	Φ	0	1	Φ
2	0	0	1	1	0	0	0	1	0	Φ	Φ	0	Φ	1	Φ	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	Φ	Φ	0	Φ	0	Φ	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	Φ	0	Φ	0	Φ	0	Φ

II - Recherche des équations des entrées J et K

D'après le tableau séquentiel des valeurs, on ne peut remarquer aucune équation directement. Il faut alors utiliser les tableaux de Karnaugh qui optimiseront les équations en utilisant au mieux les valeurs indifférentes [notées Φ].

Tableau de Karnaugh modèle [identique entre le compteur et le décompteur] :

Différence piège entre le compteur et le décompteur 4 bits en code Gray :

Entre le compteur et le décompteur, les colonnes $J0$, $K0$, $J1$, $K1$, $J2$ et $K2$ sont les mêmes dans le tableau séquentiel ci-dessus, **mais les lignes de ce tableau ne correspondent pas aux mêmes cases dans les TDK**. Il en résulte une symétrie horizontale des TDK, et donc une différence dans les équations puisque les 1 ne seront pas dans les mêmes cases.

	Q0	0	1	1	0
	Q1	0	0	1	1
Q2	Q3				
0	0	0	1	2	3
1	0	7	6	5	4
1	1	8	9	10	11
0	1	15	14	13	12

On peut remarquer la régularité dans le parcours du TDK en raison de l'utilisation du code Gray pour le compteur.

Tableau de Karnaugh de J3

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 \ Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	Φ	Φ	Φ	Φ
0	1	Φ	Φ	Φ	Φ

$$J3 = \overline{Q0} \cdot \overline{Q1} \cdot \overline{Q2}$$

Tableau de Karnaugh de K3

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 \ Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	Φ	Φ	Φ	Φ
1	0	Φ	Φ	Φ	Φ
1	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0

$$K3 = \overline{Q0} \cdot \overline{Q1} \cdot Q2$$

Tableau de Karnaugh de J2

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 \ Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	0	0	0	0
1	0	Φ	Φ	Φ	Φ
1	1	Φ	Φ	Φ	Φ
0	1	0	0	0	1

$$J2 = \overline{Q0} \cdot Q1 \cdot Q3$$

Tableau de Karnaugh de K2

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 \ Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	Φ	Φ	Φ	Φ
1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0
0	1	Φ	Φ	Φ	Φ

$$K2 = \overline{Q0} \cdot Q1 \cdot \overline{Q3}$$

Tableau de Karnaugh de J1

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 \ Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	0	0	Φ	Φ
1	0	0	1	Φ	Φ
1	1	0	0	Φ	Φ
0	1	0	1	Φ	Φ

$$J1 = Q0 \cdot (Q2 \oplus Q3)$$

Tableau de Karnaugh de K1

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 \ Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	Φ	Φ	1	0
1	0	Φ	Φ	0	0
1	1	Φ	Φ	1	0
0	1	Φ	Φ	0	0

$$K1 = Q0 \cdot \overline{(Q2 \oplus Q3)} = \overline{[\overline{Q0} + (Q2 \oplus Q3)]}$$

Tableau de Karnaugh de J0

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 \ Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	0	Φ	Φ	1
1	0	1	Φ	Φ	0
1	1	0	Φ	Φ	1
0	1	1	Φ	Φ	0

$$J0 = Q0 \oplus Q1 \oplus Q2 \oplus Q3 = (Q0 \oplus Q1) \oplus (Q2 \oplus Q3) = K0$$

Tableau de Karnaugh de K0

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 \ Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	Φ	1	0	Φ
1	0	Φ	0	1	Φ
1	1	Φ	1	0	Φ
0	1	Φ	0	1	Φ

$$K0 = \overline{Q1} \oplus (Q2 \oplus Q3)$$

Autre solution : $J0 = Q1 \oplus (Q2 \oplus Q3)$

et

Les TDK de J0 et K0 peuvent être vus comme deux damiers identiques. Le schéma complet du décompteur utilisera 4 bascules JK et 9 portes logiques maximum. La différence entre le compteur et le décompteur 4 bits en code Gray est une permutation entre les équations Jn et Kn. En utilisant 7 portes OU-Exclusif comme inverseurs commandés, on pourra réaliser un compteur/décompteur en code Gray avec 16 portes logiques, en plus des et 4 bascules JK.