

Synthèse d'un compteur synchrone 4 bits en code Gray

 Domaine d'application :
Les systèmes logiques

 Type de document :
Professeur

 Classe :
Terminale

Date :

Le but de cet exercice consiste à réaliser un compteur synchrone à cycle complet, comptant en code Gray sur 4 bits, à partir de 4 bascules JK.

I - Tableau séquentiel des valeurs de sortie

Sorties									Entrées à l'instant t							
A l'instant t					A l'instant t + 1				J3	K3	J2	K2	J1	K1	J0	K0
chiffre	Q3	Q2	Q1	Q0	Q3	Q2	Q1	Q0								
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	Φ	0	Φ	0	Φ	1	Φ
1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	Φ	0	Φ	1	Φ	Φ	0
2	0	0	1	1	0	0	1	0	0	Φ	0	Φ	Φ	0	Φ	1
3	0	0	1	0	0	1	1	0	0	Φ	1	Φ	Φ	0	0	Φ
4	0	1	1	0	0	1	1	1	0	Φ	Φ	0	Φ	0	1	Φ
5	0	1	1	1	0	1	0	1	0	Φ	Φ	0	Φ	1	Φ	0
6	0	1	0	1	0	1	0	0	0	Φ	Φ	0	0	Φ	Φ	1
7	0	1	0	0	1	1	0	0	1	Φ	Φ	0	0	Φ	0	Φ
8	1	1	0	0	1	1	0	1	Φ	0	Φ	0	0	Φ	1	Φ
9	1	1	0	1	1	1	1	1	Φ	0	Φ	0	1	Φ	Φ	0
10	1	1	1	1	1	1	1	0	Φ	0	Φ	0	Φ	0	Φ	1
11	1	1	1	0	1	0	1	0	Φ	0	Φ	1	Φ	0	0	Φ
12	1	0	1	0	1	0	1	1	Φ	0	0	Φ	Φ	0	1	Φ
13	1	0	1	1	1	0	0	1	Φ	0	0	Φ	Φ	1	Φ	0
14	1	0	0	1	1	0	0	0	Φ	0	0	Φ	0	Φ	Φ	1
15	1	0	0	0	0	0	0	0	Φ	1	0	Φ	0	Φ	0	Φ

II - Recherche des équations des entrées J et K

D'après le tableau séquentiel des valeurs, on ne peut remarquer aucune équation directement. Il faut alors utiliser les tableaux de Karnaugh qui optimiseront les équations en utilisant au mieux les valeurs indifférentes [notées Φ].

Tableau de Karnaugh modèle :

	Q0	0	1	1	0
	Q1	0	0	1	1
Q2	Q3	0	1	2	3
0	0	7	6	5	4
1	1	8	9	10	11
0	1	15	14	13	12

On peut remarquer la régularité dans le parcours du TDK en raison de l'utilisation du code Gray pour le compteur.

Tableau de Karnaugh de J3

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	Φ	Φ	Φ	Φ
0	1	Φ	Φ	Φ	Φ

$$J3 = \neg Q0 \cdot \neg Q1 \cdot Q2$$

Tableau de Karnaugh de K3

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	Φ	Φ	Φ	Φ
1	0	Φ	Φ	Φ	Φ
1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0

$$K3 = \neg Q0 \cdot \neg Q1 \cdot \neg Q2$$

Tableau de Karnaugh de J2

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	0	0	0	1
1	0	Φ	Φ	Φ	Φ
1	1	Φ	Φ	Φ	Φ
0	1	0	0	0	0

$$J2 = \neg Q0 \cdot Q1 \cdot \neg Q3$$

Tableau de Karnaugh de K2

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	Φ	Φ	Φ	Φ
1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1
0	1	Φ	Φ	Φ	Φ

$$K2 = \neg Q0 \cdot Q1 \cdot Q3$$

Tableau de Karnaugh de J1

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	0	1	Φ	Φ
1	0	0	0	Φ	Φ
1	1	0	1	Φ	Φ
0	1	0	0	Φ	Φ

$$J1 = Q0 \cdot \neg(Q2 \oplus Q3)$$

Tableau de Karnaugh de K1

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	Φ	Φ	0	0
1	0	Φ	Φ	1	0
1	1	Φ	Φ	0	0
0	1	Φ	Φ	1	0

$$K1 = Q0 \cdot (Q2 \oplus Q3)$$

Tableau de Karnaugh de J0

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	1	Φ	Φ	0
1	0	0	Φ	Φ	1
1	1	1	Φ	Φ	0
0	1	0	Φ	Φ	1

$$J0 = \neg(Q0 \oplus Q1 \oplus Q2 \oplus Q3)$$

Tableau de Karnaugh de K0

		Q0			
		0	1	1	0
Q2 Q3		Q1			
		0	0	1	1
0	0	Φ	0	1	Φ
1	0	Φ	1	0	Φ
1	1	Φ	0	1	Φ
0	1	Φ	1	0	Φ

$$K0 = \neg(Q0 \oplus Q1 \oplus Q2 \oplus Q3)$$

Les TDK de J0 et K0 peuvent être vus comme deux damiers identiques.

Le schéma complet du compteur utilisera 4 bascules JK et 9 portes logiques maximum.