

Exercices de logique combinatoire

Exercice 1 : Contrôle de la qualité des briques dans une usine

Dans une usine de briques, on effectue un contrôle de qualité selon quatre critères:

Le poids P, la longueur L, la largeur M, la hauteur H [0 incorrect, 1 correct]. Cela permet de classer les briques en trois catégories :

- * QUALITÉ A le poids P et deux dimensions au moins sont corrects.
- * QUALITÉ B le poids seul est incorrect ou, le poids étant correct, deux dimensions au moins sont incorrectes.
- * QUALITÉ C : le poids P est incorrect ainsi qu'une ou plusieurs dimensions.

1 - Ecrire les équations des fonctions A, B, C.

2 - Simplifier ces fonctions par la méthode de votre choix.

3 - Dessiner le logigramme à l'aide de 2 circuits intégrés contenant 3 ET-NON à 3 entrées et de 1 circuit intégré contenant 4 OU-NON à 2 entrées. On dispose des variables P, L, M, H sous la forme directe seulement [et pas sous la forme complémentée].

Exercice 2 : Allumage des phares sur une automobile

On dispose, sur une automobile, de quatre commandes indépendantes: C_V pour les veilleuses, C_C pour les deux phares de croisement, C_R pour les deux phares de route, C_A pour les deux phares antibrouillard [valeur 1 au travail, 0 au repos].

On note les états des lumières V pour les veilleuses, C pour les feux de croisement, R pour les feux de route, A pour les feux antibrouillard [valeur 1 à l'allumage, 0 à l'extinction].

Les veilleuses n'étant pas comptées comme des phares, il est précisé que

- * 4 phares ne peuvent être allumés simultanément,
- * les feux de croisement ont priorité sur les feux de route et sur les antibrouillard,
- * les antibrouillard ont priorité sur les feux de route,
- * les veilleuses peuvent être allumées seules mais l'allumage des feux de croisement ou des feux de route ou des antibrouillard entraîne obligatoirement l'allumage des veilleuses.

1 - Donner la table de vérité liant V, C, R, A à C_V , C_C , C_R , C_A

2 - Simplifier ces fonctions à l'aide de tableaux de Karnaugh.

3 - Dessiner le schéma du circuit en utilisant 2 couches de portes ET-NON, OU-NON, ET.

Exercice 3 : Allumage conditionnel de deux lampes

Trois interrupteurs a, b, c commandent l'allumage de 2 lampes R et S suivant les conditions suivantes :

- * dès qu'un ou plusieurs interrupteurs sont activés la lampe R doit s'allumer,
- * la lampe S ne doit s'allumer que si au moins 2 interrupteurs sont activés.

On associe aux trois interrupteurs a, b, c trois variables logiques A, B, C, telles que : si un interrupteur est activé, la variable logique lui correspondant est à l'état 1.

1 - Calculer et simplifier les expressions des fonctions logiques R et S et dessiner leur logigramme à l'aide de portes ET-NON.

Exercice 4 : Local protégé par une alarme

Un local est surveillé par 3 alarmes A , B et C. Lorsqu'une alarme est active, sa sortie respective (A, B ou C) passe à l'état logique 0.

On veut réaliser un système logique qui permet (à l'aide de circuits ET-NON)

- * d'allumer la lampe L [$L = 1$] quand il existe une seule alarme active (alarme mineure),
- * de déclencher une sonnerie S [$S = 1$] quand il existe au moins deux alarmes actives (alarme majeure).

Pour cela, on envisagera deux cas

- * L et S ne doivent pas être déclenchés en même temps [$L.S = 0$] ; donner les expressions de L et S ainsi que le schéma du logigramme.
- * On économise quelques circuits si le système est conçu de telle manière que la lampe L reste allumée quand la sonnerie fonctionne.

1 - Calculer et simplifier les expressions des fonctions logiques L et S dans les deux cas proposés, et dessiner leur logigramme à l'aide de portes ET-NON.

Exercice 5 : Surveillance d'un pont

Un pont peut soutenir 7 tonnes au maximum et on doit surveiller le poids des véhicules se présentant aux deux extrémités A et B où deux bascules mesurent les poids respectifs a et b des véhicules.

On suppose que chaque véhicule a un poids inférieur à 7 tonnes

- * si un seul véhicule se présente la barrière correspondante A (ou B) s'ouvre,
- * si $a + b \leq 7$ tonnes, les barrières A et B s'ouvrent,
- * si $a + b > 7$ tonnes, la barrière correspondant au véhicule le plus léger s'ouvre,
- * et si $a = b$, la barrière A s'ouvre en priorité.

a et b n'étant pas des variables logiques (mais les poids respectifs des véhicules), il convient de créer 2 variables logiques x et y et de reformuler l'énoncé du problème.

1 - Calculer A et B en fonction de x et y et donner le schéma du circuit en utilisant des portes ET-NON.

Exercice 6 : Conditions de souscription d'une police d'assurance

Les conditions requises pour souscrire une police d'assurance automobile sont énoncées comme suit. Le demandeur doit être dans l'une des conditions suivantes :

- ❖ célibataire, être âgé de plus de 25 ans, n'avoir jamais eu d'accident
- ❖ femme mariée, jamais d'accident
- ❖ femme mariée, plus de 25 ans
- ❖ individu, plus de 25 ans, un accident
- ❖ homme marié
- ❖ individu marié, plus de 25 ans, aucun accident

On définit les variables logiques suivantes, associées aux événements logiques du problème :

- ❖ $W = 1$ si accident
- ❖ $X = 1$ si marié
- ❖ $Y = 1$ si homme
- ❖ $Z = 1$ si moins de 25 ans

Chaque variable logique ne peut prendre que deux valeurs [0 ou 1], en fonction de l'état de l'événement qui lui est associé : si l'événement est **VRAI** alors la variable prend la valeur **1**, et si l'événement est **FAUX** alors la variable prend la valeur **0**.

1 - Trouver une expression logique A en fonction des variables logiques W, X, Y et Z, prenant la valeur 1 chaque fois que le demandeur est autorisé à s'assurer.

2 - Simplifier l'équation logique de A en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

3 - D'après l'équation simplifiée de A, énoncer les nouvelles conditions requises pour souscrire la police d'assurance automobile.

4 - A quelle condition un individu de moins de 25 ans peut-il s'assurer ?