FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES EN G.E.

1 . Avertissement

Ce texte n'est pas un cours de mathématiques, c'est une contribution pratique à la compréhension des fonctions trigonométriques utilisées en G.E.

2 . Présentation

Les fonctions trigonométriques sont des relations entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle et un angle de ce triangle.

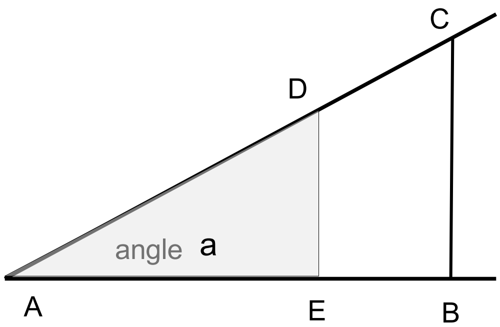
On trouve principalement trois fonctions :

- sinus(angle)
- cosinus(angle)
- tangente(angle)

les angles sont habituellement exprimés en radians.

3 . Les fonctions trigonométriques sont attachées à un angle

Considérons un angle.

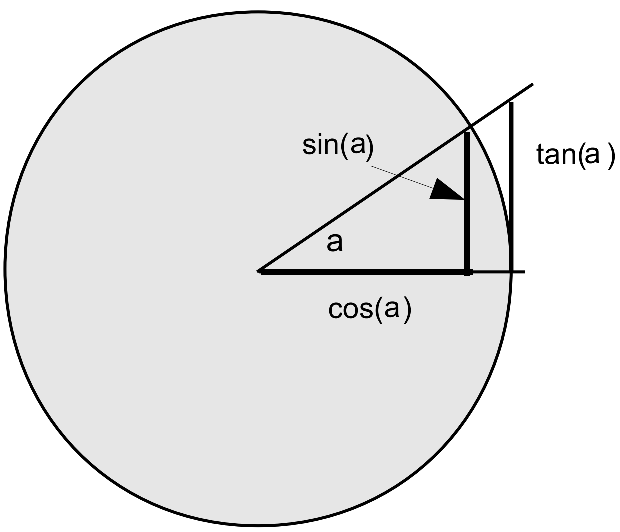


Construisons deux triangles rectangles ayant l'angle a en commun. Les deux triangles sont proportionnels. On peut écrire les relations suivantes :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \cos(\alpha)$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AD} = \sin(\alpha)$$

4 . Le cercle trigonométrique



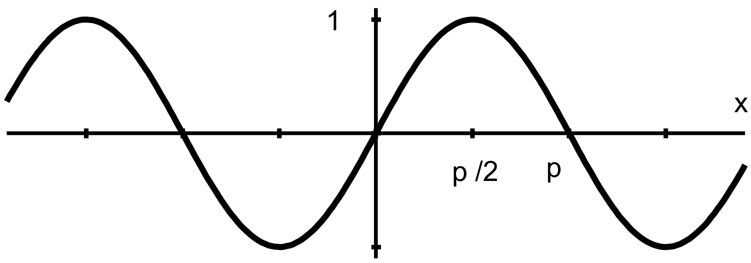
Le cercle trigonométrique est un cercle de rayon unité qui permet de déterminer graphiquement les fonction trigonométriques d'un angle. Pour des raisons pratiques, on prendra un cercle de rayon 100 mm pour n'avoir qu'une division par 100 à effectuer.

Le cercle trigonométrique permet de :

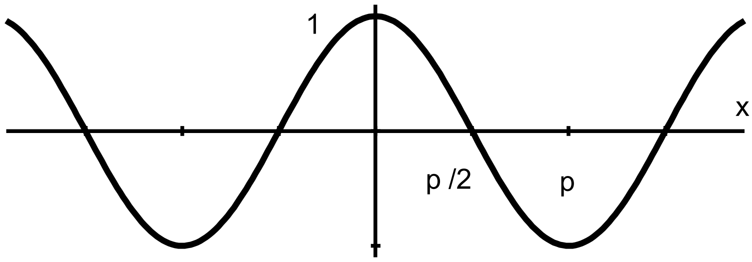
- connaître la valeur des fonctions connaissant l'angle
- construire l'angle connaissant la valeur des fonctions

5 . Représentation graphique des fonctions trigonométriques

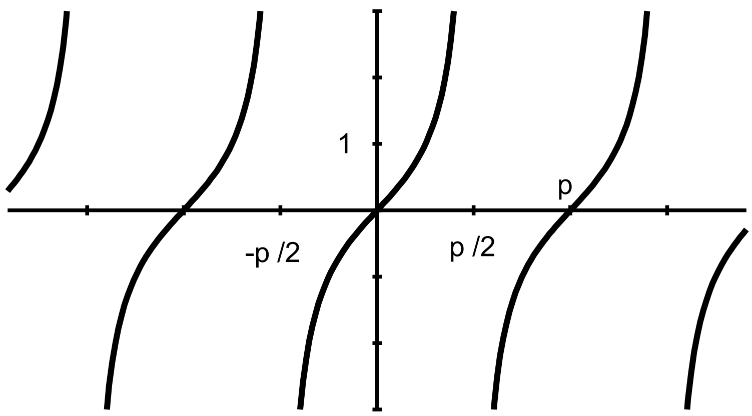
5.1 Fonction sinus



5.2 Fonction cosinus



5.3 Fonction tangente



5.4 Remarques

Les fonctions sinus et cosinus se ressemblent, elles sont simplement décalées de p /2 l'une par rapport à l'autre. On dit qu'elles sont déphasées de p /2

Ces deux fonctions sont périodiques car elles sont formées de la répétition du même motif. Ici la période est 2,π Elles sont toutes les deux continues.

Leurs valeurs sont comprises entre -1 et +1. On ne peut donc pas trouve un sinus ou un cosinus plus grand que 1 ou plus petit que -1.

La fonction sinus est entièrement décrite de 0 à 2,π

La fonction cosinus est entièrement décrite de - π à +π

La fonction tangente est complètement différente.

Elle est périodique de période π

Elle est décrite entre -π/2 et π/2, ces bornes étant exclues.

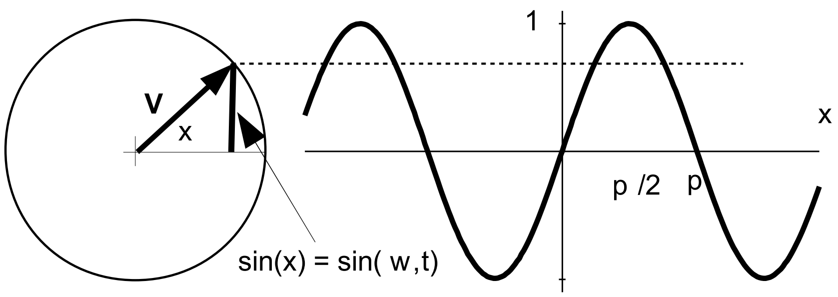
Elle est discontinue, c'est à dire qu'on ne peut lui donner de valeur en -π/2 et en π/2. Si on s'approche de -π/2 sa valeur serait -∞ et en π/2 sa valeur serait +∞

6 . Représentation d'une grandeur sinusoïdale

6.1 Par son équation

$y = \sin(\alpha)$ Où α est un angle exprimé en radians.

6.2 Par un vecteur tournant



Le vecteur **£V** tourne à la vitesse angulaire ω rad/s Il y a donc un lien entre l'angle décrit par le vecteur par rapport à l'instant initial et la durée de la rotation : $x = \omega \cdot t$

Ce ω est le fameux 314 dans la formule $u = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314 \cdot t)$ ω est la pulsation

en effet, pour que la fréquence de la tension sinusoïdale soit de 50 Hz, il faut que le vecteur tourne à :

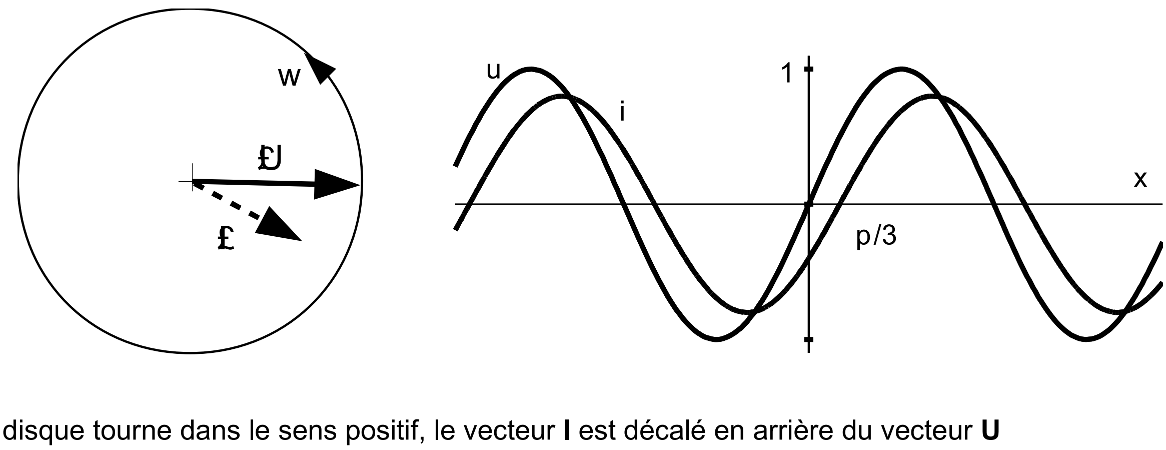
$$50 \times 2 . \pi = 314 \text{ rad/s}$$

6.3 Représentation du déphasage entre deux grandeurs sinusoïdales

Expression de deux grandeurs sinusoïdales déphasées, la tension aux bornes d'un récepteur et le courant le traversant.
On retrouve la forme ci-dessus

$$u = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t) \qquad i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

φ est le déphasage entre la tension et le courant.



Le disque tourne dans le sens positif, le vecteur **I** est décalé en arrière du vecteur **U**
À droite on voit les deux sinusoïdes. La courbe représentant le courant est décalé vers la droite par rapport à la tension. C'est un peu déroutant mais en comparant à la figure de gauche, on voit que le courant prend la valeur 0 après le 0 de la tension. De plus le temps s'écoule de gauche à droite, ce qui est à gauche est antérieur à ce qui est à droite.

6.4 Le diagramme de Fresnel

Le diagramme de Fresnel s'intéresse seulement au déphasage entre des vecteurs représentant des grandeurs sinusoïdales. Ce diagramme considère que l'observateur tourne en même temps que les vecteurs, ils sont immobiles pour lui.

6.5 Par un nombre complexe

Un nombre complexe porte deux renseignements, le module et l'argument. Le module est un scalaire (un nombre), l'argument est un angle.

On peut aussi définir un nombre complexe par :

- sa partie réelle. La partie réelle d'un nombre complexe est égale à **module x cos(argument)**
- sa partie imaginaire. La partie imaginaire est égale à **module x sin(argument)**

Une grandeur sinusoïdale doit fournir deux renseignements également, l'amplitude et la phase. L'amplitude est un scalaire et la phase est un angle.

7 . Signification des fonctions trigonométriques

7.1 Projection orthogonale

7.2 Produit scalaire

7.3 Définition d'une grandeur sinusoïdale

7.4 Puissance active

7.5 Puissance réactive