CORRECTION

| Section : ***S*** | Option : ***Sciences de l'ingénieur*** | | Discipline : ***Génie Électrique*** |
|---|---|---|---|

# La logique combinatoire

| Domaine d'application : **Les systèmes logiques** | Type de document : **Cours** | Classe : **Terminale** | Date : |
|---|---|---|---|

Un opérateur logique va effectuer une opération logique entre des grandeurs binaires pour donner un résultat sous forme de grandeur binaire, c'est-à-dire valant 0 ou 1. En électronique, on utilise principalement 7 opérateurs logiques, possédant chacun :

- Son ***symbole***
- Sa ***table de vérité***
- Son ***équation***

## 1 – La fonction NON

En anglais cette fonction se nomme la fonction NOT.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

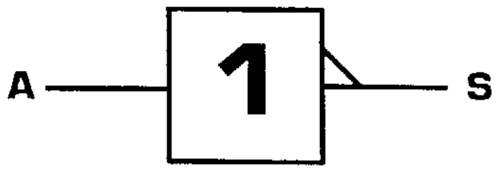



Table de vérité :

| Fonction NON | |
|---|---|
| **A** | **S** |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Equation logique de la sortie de la fonction **NON** : $S = \bar{A}$

Remarque :

S est le complément logique de A.

## 2 – La fonction ET

En anglais cette fonction se nomme la fonction AND.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

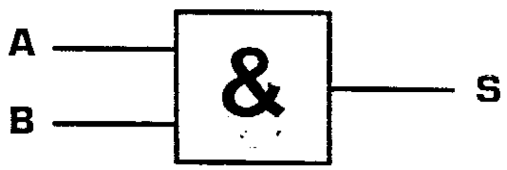



Table de vérité :

| Fonction ET | | |
|---|---|---|
| **A** | **B** | **S** |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Equation logique de la sortie de la fonction **ET** : $S = A \cdot B$

Remarques :

- $S = 0$ si $A = 0$ ou $B = 0$ (ou les 2)
- $S = 1$ ssi $A = 1$ et $B = 1$

## 3 – La fonction ET-NON

En anglais cette fonction se nomme la fonction NAND.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

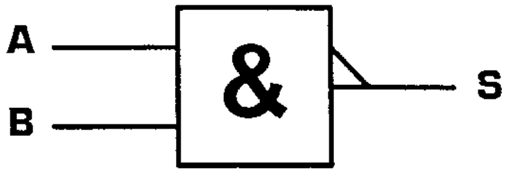



Table de vérité :

| Fonction ET-NON | | |
|---|---|---|
| **A** | **B** | **S** |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Equation logique de la sortie de la fonction **ET-NON** : $S = \overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

Remarques :

* $S = 1$ si $A = 0$ ou $B = 0$
* $S = 0$ ssi $A = 1$ et $B = 1$
* le ET-NON est le complément logique du ET

## 4 - La fonction OU

En anglais cette fonction se nomme la fonction OR.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

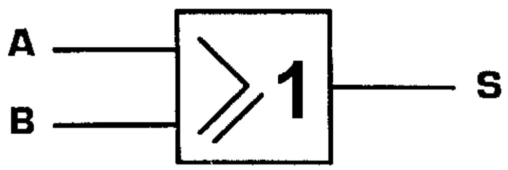



Table de vérité :

| Fonction OU | | |
|---|---|---|
| **A** | **B** | **S** |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Equation logique de la sortie de la fonction **OU** : $S = A + B$

Remarques :

* $S = 1$ si $A = 1$ ou $B = 1$
* $S = 0$ ssi $A = 0$ et $B = 0$

## 5 - La fonction OU-NON

En anglais cette fonction se nomme la fonction NOR.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

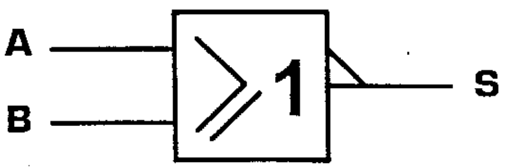



Table de vérité :

| Fonction OU-NON | | |
|---|---|---|
| **A** | **B** | **S** |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

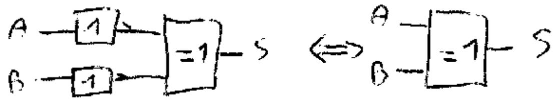
Equation logique de la sortie de la fonction **OU-NON** : $S = \overline{A+B} = \overline{A} . \overline{B}$

Remarques :

* $S = 1$ ssi $A = 0$ ET $B = 0$
* $S = 0$ si $A = 1$ OU $B = 1$
* La fonction OU-NON est le complément logique de la fonction OU

## 6 - La fonction OU-Exclusif

Remarque : $\overline{A} \oplus \overline{B} = A \oplus B$




En anglais cette fonction se nomme la fonction XOR.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

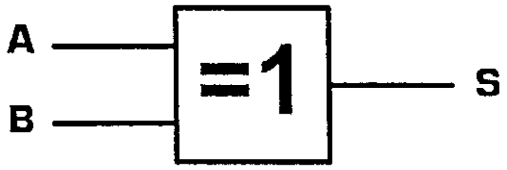



Table de vérité :

| OU-Exclusif | | |
|---|---|---|
| **A** | **B** | **S** |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

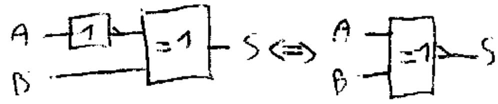
Equation logique de la sortie de la fonction **OU-Exclusif** : $S = \overline{A}.B + A.\overline{B} = (A+B).(\overline{A}+\overline{B}) = A \oplus B$

Remarques :

* $S = 0$ si $A = B$
* $S = 1$ si $A \neq B$

## 7 - La fonction OU-Exclusif-NON

Remarque : $\overline{A} \oplus B = \overline{A \oplus B}$




En anglais cette fonction se nomme la fonction XNOR.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

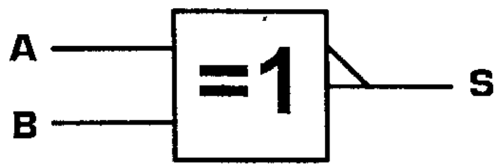



Table de vérité :

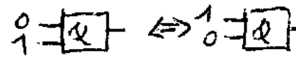
| OU-Exclusif-NON | | |
|---|---|---|
| **A** | **B** | **S** |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Equation logique de la sortie de la fonction **OU-Exclusif-NON** : $S = \overline{A}.\overline{B} + A.B = (\overline{A}+B).(A+\overline{B}) = \overline{A \oplus B}$

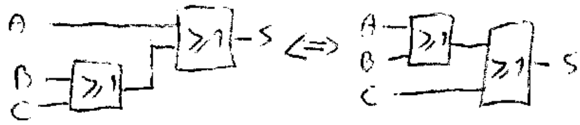
Remarques :

* $S = 1$ si $A = B$
* $S = 0$ si $A \neq B$
* le ou-exclusif-non est le complément logique du OU-Exclusif

la commutativité : $A.B = B.A$ $\quad A+B = B+A$



L'associativité : $A.(B.C) = (A.B).C$ $\quad A+(B+C) = (A+B)+C$




## 8 – Propriétés de l'algèbre de Boole

George BOOLE était un mathématicien britannique, 1815 - 1864.

| Nom de la propriété | Relations logiques | |
|---|---|---|
| La priorité du ET | $A+B.C = A+(B.C)$ | |
| La distributivité du ET | $A.(B+C) = A.B + A.C$ | |
| La distributivité du OU | $A+B.C = (A+B).(A+C)$ ⚠ | |
| Les éléments neutres | $A.1 = A$ | $A+0 = A$ |
| Les éléments absorbants | $A.0 = 0$ | $A+1 = 1$ |
| La complémentarité | $A.\overline{A} = 0$ | $A+\overline{A} = 1$ |
| L'idempotence | $A.A = A$ | $A+A = A$ |
| L'involution | $\overline{\overline{A}} = A$ | $\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$ |
| Le théorème de De Morgan | $\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$ | $\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$ |

En utilisant les propriétés énoncées ci-dessus, démontrons les 3 théorèmes de l'algèbre de Boole que sont ***l'inclusion***, ***l'allègement*** et ***l'absorption*** :

| Démonstration du théorème d'inclusion | |
|---|---|
| 1ère forme | 2ème forme |
| $A.B + A.\overline{B} = A.(B+\overline{B})$<br>$= A.1$<br>$= A$ | $(A+B).(A+\overline{B}) = A + B.\overline{B}$<br>$= A+0$<br>$= A$ |
| $A.B + A.\overline{B} = A$ | $(A+B).(A+\overline{B}) = A$ |

| Démonstration du théorème d'allègement | |
|---|---|
| 1ère forme | 2ème forme |
| $A+\overline{A}.B = (A+\overline{A}).(A+B)$<br>$= 1.(A+B)$<br>$= A+B$ | $A.(\overline{A}+B) = A.\overline{A} + A.B$<br>$= 0 + A.B$<br>$= A.B$ |
| $A+\overline{A}.B = A+B$ | $A.(\overline{A}+B) = A.B$ |

| Démonstration du théorème d'absorption | |
|---|---|
| 1ère forme | 2ème forme |
| $A+A.B = A.1 + A.B$<br>$= A.(1+B)$<br>$= A.1$<br>$= A$ | $A.(A+B) = (A+0).(A+B)$<br>$= A + 0.B$<br>$= A+0$<br>$= A$ |
| $A + A.B = A$ | $A.(A+B) = A$ |

*Correction scannée et imprimée le 18 février 2012*