

CORRECTION

Section : S	Option : Sciences de l'ingénieur	Discipline : Génie Électrique	
La logique combinatoire			
Domaine d'application : Les systèmes logiques	Type de document : Cours	Classe : Terminale	Date :

Un opérateur logique va effectuer une opération logique entre des grandeurs binaires pour donner un résultat sous forme de grandeur binaire, c'est-à-dire valant 0 ou 1. En électronique, on utilise principalement 7 opérateurs logiques, possédant chacun :

- * Son **symbole**
- * Sa **table de vérité**
- * Son **équation**

1 - La fonction NON

En anglais cette fonction se nomme la fonction NOT.

Symbole IEEE [symbole Européen actuel] :



Table de vérité :

Fonction NON	
A	S
0	1
1	0

Equation logique de la sortie de la fonction **NON** : $S = \bar{A}$

Remarque :

S est le complément logique de A.

2 - La fonction ET

En anglais cette fonction se nomme la fonction AND.

Symbole IEEE [symbole Européen actuel] :



Table de vérité :

Fonction ET		
A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Equation logique de la sortie de la fonction **ET** : $S = A \cdot B$

Remarques :

* $S = 0$ si $A = 0$ ou $B = 0$ (ou les 2)

* $S = 1$ si $A = 1$ et $B = 1$

3 - La fonction ET-NON

En anglais cette fonction se nomme la fonction NAND.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

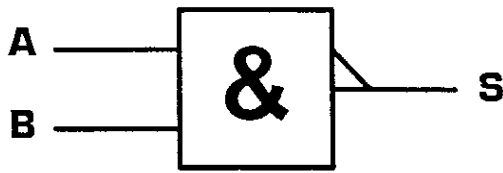


Table de vérité :

Fonction ET-NON		
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Equation logique de la sortie de la fonction **ET-NON** : $S = \overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

Remarques :

- * $S = 1$ si $A = 0$ ou $B = 0$
- * $S = 0$ si $A = 1$ et $B = 1$
- * le ET-NON est le complément logique du ET

4 - La fonction OU

En anglais cette fonction se nomme la fonction OR.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

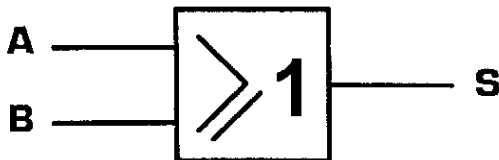


Table de vérité :

Fonction OU		
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Equation logique de la sortie de la fonction **OU** : $S = A + B$

Remarques :

- * $S = 1$ si $A = 1$ ou $B = 1$
- * $S = 0$ si $A = 0$ et $B = 0$

5 - La fonction OU-NON

En anglais cette fonction se nomme la fonction NOR.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

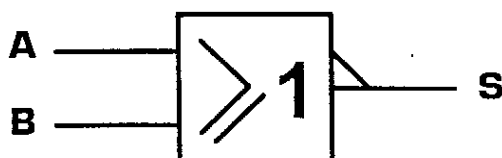


Table de vérité :

Fonction OU-NON		
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

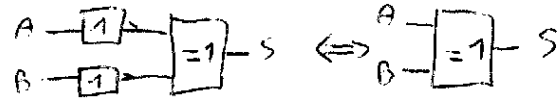
Equation logique de la sortie de la fonction **OU-NON** : $S = \overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

Remarques :

- * $S = 1$ si $A = 0$ ET $B = 0$
- * $S = 0$ si $A = 1$ OU $B = 1$
- * La fonction **OU-NON** est le complément logique de la fonction **OU**

6 - La fonction OU-Exclusif

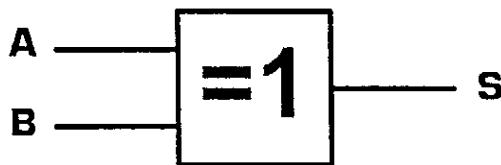
Remarque : $\bar{A} \oplus \bar{B} = A \oplus B$



En anglais cette fonction se nomme la fonction XOR.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

Table de vérité :



OU-Exclusif		
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

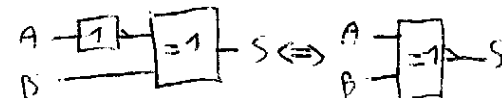
Equation logique de la sortie de la fonction **OU-Exclusif** : $S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} = (A+B) \cdot (\bar{A} + \bar{B}) = A \oplus B$

Remarques :

- * $S = 0$ si $A = B$
- * $S = 1$ si $A \neq B$

7 - La fonction OU-Exclusif-NON

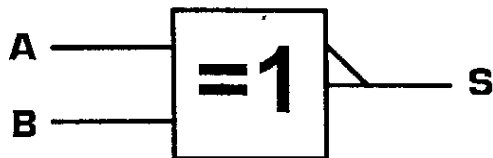
Remarque : $\bar{A} \oplus B = \overline{A \oplus B}$



En anglais cette fonction se nomme la fonction XNOR.

Symbole IEEE (symbole Européen actuel) :

Table de vérité :



OU-Exclusif-NON		
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Equation logique de la sortie de la fonction **OU-Exclusif-NON** : $S = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B = (\bar{A} + \bar{B}) / (A + B) = \overline{A \oplus B}$

Remarques :

- * $S = 1$ si $A = B$
- * $S = 0$ si $A \neq B$
- * le ou-exclusif-non est le complément logique du OU-Exclusif

la commutativité : $A \cdot B = B \cdot A$

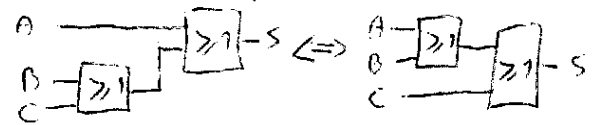
$A + B = B + A$ $0 = \overline{1} \Leftrightarrow 1 = \overline{0}$

l'associativité : $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

$A + (B + C) = (A + B) + C$

8 - Propriétés de l'algèbre de Boole

George BOOLE était un mathématicien britannique, 1815 - 1864.



Nom de la propriété	Relations logiques	
La priorité du ET	$A + B \cdot C = A + (B \cdot C)$	
La distributivité du ET	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	
La distributivité du OU	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$ ⚠	
Les éléments neutres	$A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A$
Les éléments absorbants	$A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$
La complémentarité	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
L'idempotence	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
L'involution	$\overline{\overline{A}} = A$	$\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$
Le théorème de De Morgan	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

En utilisant les propriétés énoncées ci-dessus, démontrons les 3 théorèmes de l'algèbre de Boole que sont l'inclusion, l'allègement et l'absorption :

Démonstration du théorème d'inclusion	
1 ^{ère} forme	2 ^{ème} forme
$A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A \cdot (B + \overline{B})$	$(A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A + B \cdot \overline{B}$
$= A \cdot 1$	$= A + 0$
$= A$	$= A$
$A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A$	$(A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A$

Démonstration du théorème d'allègement	
1 ^{ère} forme	2 ^{ème} forme
$A + \overline{A} \cdot B = (A + \overline{A}) \cdot (A + B)$	$A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot \overline{A} + A \cdot B$
$= 1 \cdot (A + B)$	$= 0 + A \cdot B$
$= A + B$	$= A \cdot B$
$A + \overline{A} \cdot B = A + B$	$A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$

Démonstration du théorème d'absorption	
1 ^{ère} forme	2 ^{ème} forme
$A + A \cdot B = A \cdot 1 + A \cdot B$	$A \cdot (A + B) = (A + 0) \cdot (A + B)$
$= A \cdot (1 + B)$	$= A + 0 \cdot B$
$= A \cdot 1$	$= A + 0$
$= A$	$= A$
$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$

Retrouvez d'autres cours sur le site ressource

www.gecif.net

Téléchargez librement sur Gecif.net :

- ✍ **des cours et des TP de Génie Electrique**
- ✍ **des exercices et des évaluations avec corrections**
- ✍ **des ressources Automgen, ISIS Proteus et Flowcode**
- ✍ **des QCM pour réviser les cours et vous entraîner**
- ✍ **des logiciels d'électronique pour les installer chez vous**
- ✍ **des dossiers techniques de systèmes originaux**
- ✍ **des fiches pratiques sur tous les domaines des sciences de l'ingénieur**
- ✍ **des sujets de BAC**
- ✍ **et bien plus encore sur Gecif.net !**