

Les compteurs et les décompteurs

Domaine d'application :
Les systèmes logiques

Type de document :
Cours

Classe :
Terminale

Date :

I - Introduction

Une bascule peut avoir 2 états différents à sa sortie [0 et 1], et peut donc permettre de compter de 0 à 1. Avec 2 bascules on peut avoir jusqu'à 4 états différents : 00, 01, 10 et 11, ce qui permet de compter de 0 à 3 en binaire naturel. Avec 3 bascules on a 8 états [de 000 à 111], et en général **avec n bascules on a 2ⁿ états : on peut donc compter de 0 à 2ⁿ-1**. Il reste à trouver comment doivent être connectées les n bascules entre elles pour réaliser un compteur, sachant qu'il existe plusieurs types de compteurs, et donc plusieurs techniques de réalisation. C'est ce que nous allons voir dans ce cours à travers différents exemples.

II - Classification des compteurs

En logique séquentielle, les compteurs peuvent être décrits en citant 5 caractéristiques :

II - 1 - Le *sens* de comptage

Il permet de différencier :

- * Les **compteurs** [évolution croissante de la valeur de sortie dans le temps]
- * Les **décompteurs** [évolution décroissante de la valeur de sortie dans le temps]

II - 2 - Le *code* dans lequel est exprimé la valeur sortie

Il permet de différencier :

- * Les compteurs en binaire naturel
- * Les compteurs BCD
- * Les compteurs « décimaux » [ou à *décade*]
- * Les compteurs en Code Gray
- * Etc...

II - 3 - Le *type de basculement* du compteur

Il permet de différencier :

- * Les compteurs **asynchrones**
- * Les compteurs **synchrones**

Exemples :

- Un compteur 4 bits qui compte de 0 à 15 en binaire naturel est un compteur **à cycle complet**, car sa valeur de sortie utilise toutes les combinaisons possibles de ses sorties.
- Un compteur 4 bits qui compte de 0 à 9 seulement [on l'appelle aussi compteur BCD] est un compteur **à cycle incomplet**, car les 16 combinaisons de ses 4 sorties ne sont pas toutes utilisées.
- Un décompteur 6 bits qui décompte de 53 à 12 est un décompteur **à cycle incomplet**.
- Si on parle d'un compteur binaire naturel 7 bits à cycle complet, on sait qu'il compte forcément de 0 à 127.

Remarque :

Dans tous les cas, on appelle **MODULO** d'un compteur *le nombre d'états différents que peut prendre la valeur de sortie sur l'ensemble du cycle de comptage*.

Exemples à compléter :

- Un compteur BCD est un compteur MODULO
- Un décompteur en Code Gray qui décompte de 27 à 13 est un MODULO
- Un compteur en binaire naturel sur N bits est un compteur MODULO

II - 4 - Le nombre de bits en sortie, ou l'intervalle de la valeur de sortie

Il permet de connaître l'ensemble des valeurs que peut prendre la valeur de sortie du compteur. Exemples : compteur 4 bits ; décompteur de 25 à 3 [sous entendu décompteur *5 bits*]. Mais le nombre de bits du compteur ne suffit pas toujours pour exprimer l'ensemble des valeurs par lesquelles passera la sortie.

Exemple : si on parle d'un compteur binaire naturel 8 bits, on sait qu'il compte en binaire naturel, on sait qu'il a 8 bits en sortie, mais on ne sait pas s'il compte de 0 à 255, ou de 7 à 169, ou encore de 74 à 222 ...

C'est pourquoi en plus du *nombre de bits* en sortie du compteur, on associe aussi soit l'intervalle exact de la valeur de sortie, soit le *mode de comptage*, soit les deux pour éliminer toute ambiguïté dans certains cas.

II - 5 - Le *mode* de comptage

Il permet de différencier :

- * Les compteurs **à cycle complet**
- * Les compteurs **à cycle incomplet**

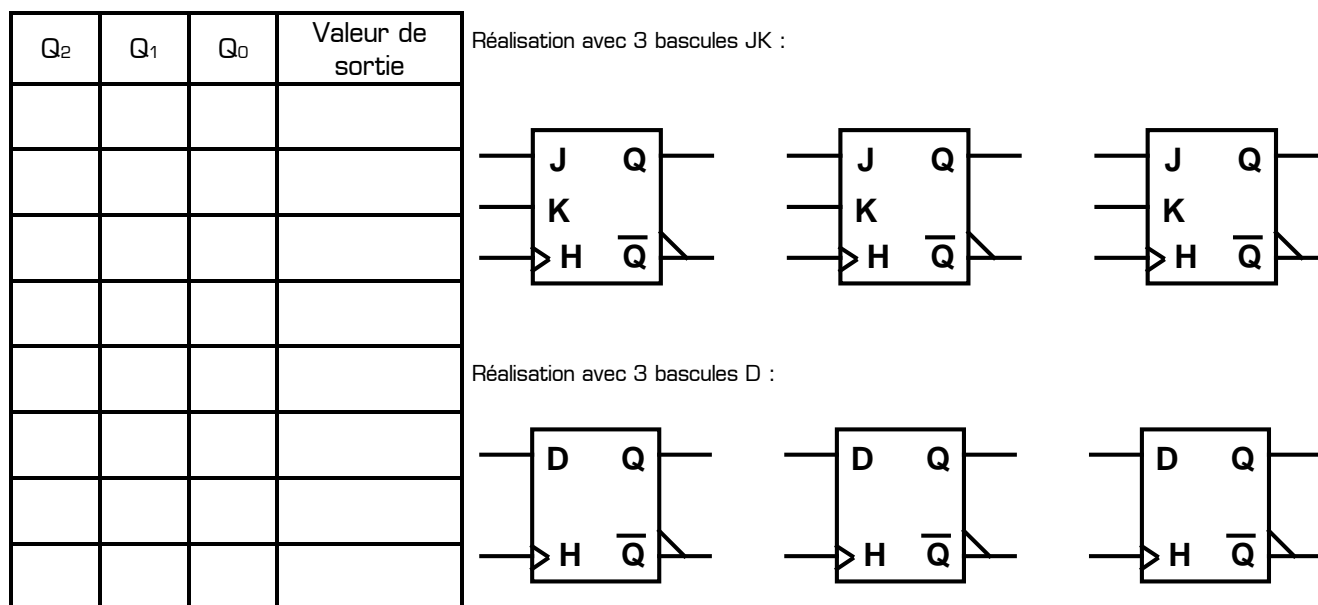
- Un décompteur en binaire naturel sur N bits est un compteur MODULO
- Un compteur en Code Gray sur N bits est un compteur MODULO
- Un décompteur synchrone à cycle incomplet, qui a 6 bits en sortie, et qui décompte de 59 à 4 est un décompteur compteur MODULO
- Soit un décompteur en binaire naturel sur 6 bits, qui est MODULO 64 :
 - ❖ S'agit-il d'un compteur à cycle complet ou incomplet ?
 - ❖ Quel est l'intervalle exact des valeurs de sa sortie ?
- Soit un compteur en binaire naturel sur 5 bits, qui est MODULO 11 :
 - ❖ S'agit-il d'un compteur à cycle complet ou incomplet ?
 - ❖ Quel est l'intervalle exact des valeurs de sa sortie ??

Le MODULO d'un compteur n'est donc pas une 6^{ème} caractéristique, mais est déduit à partir de l'intervalle exact des valeurs de sortie.

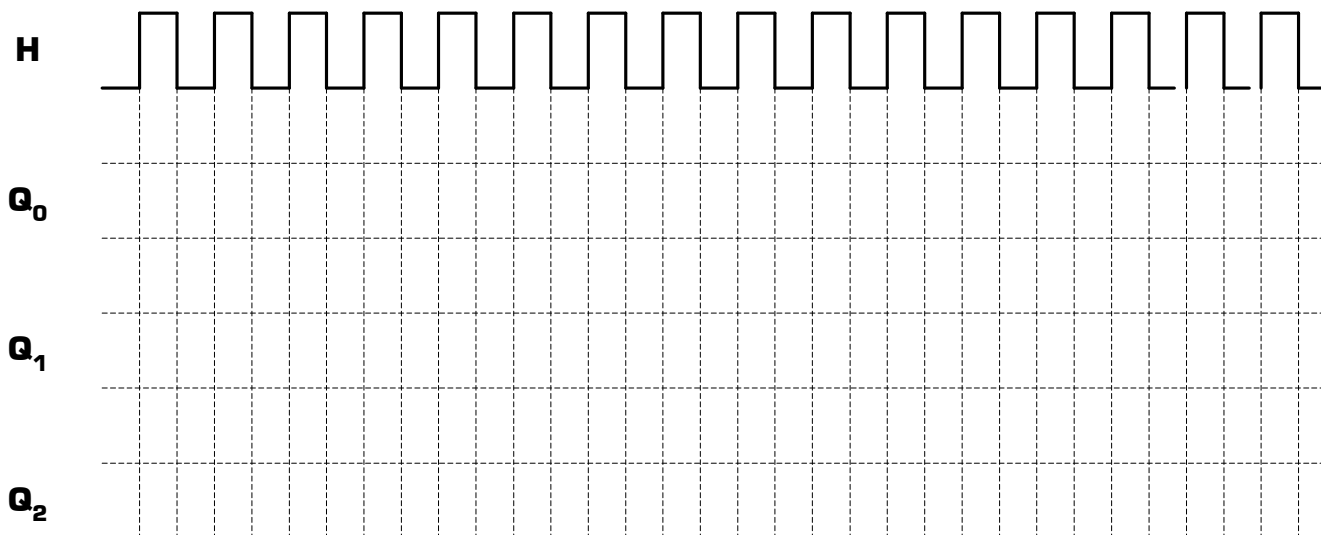
III - Les compteurs et décompteurs asynchrones

III - 1 - Compteur binaire à cycle complet sur 3 bits, asynchrone

Table de fonctionnement du compteur :



Chronogrammes du compteur :



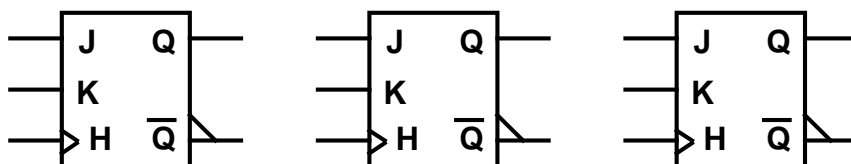
Ce compteur compte de à : il s'agit d'un compteur modulo

III - 2 - Décompteur binaire à cycle complet sur 3 bits, asynchrone

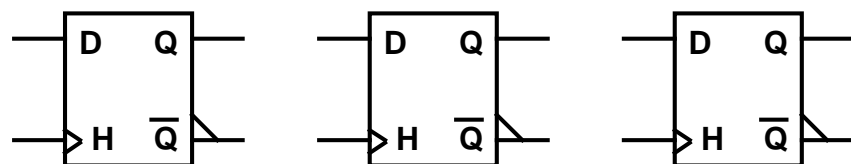
Table de fonctionnement du décompteur :

Q ₂	Q ₁	Q ₀	Valeur de sortie

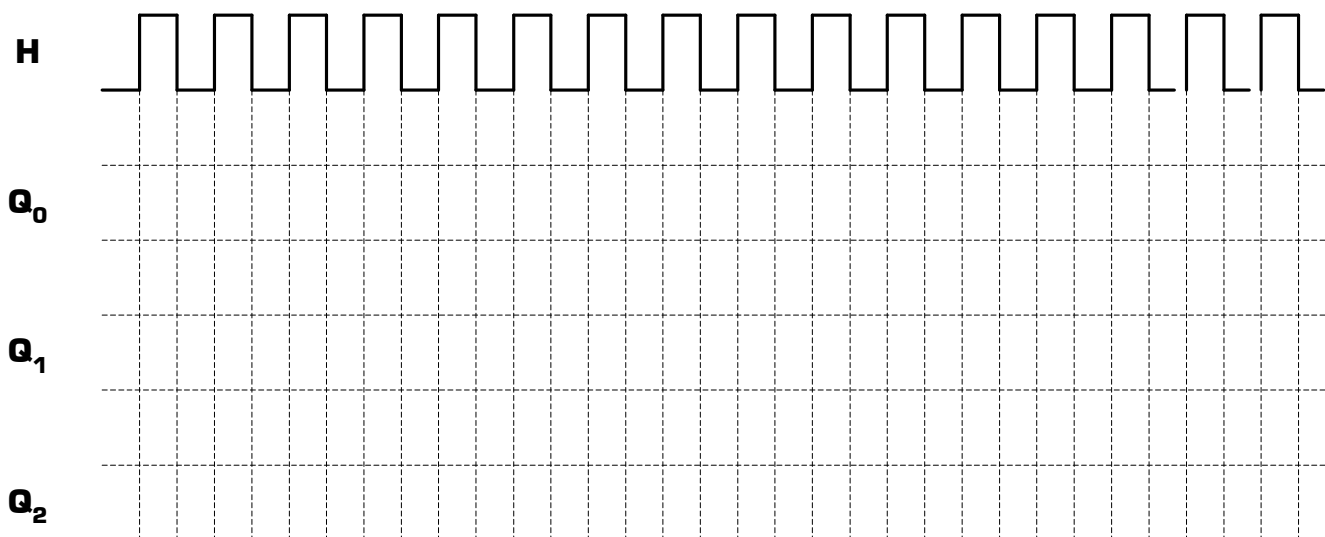
Réalisation avec 3 bascules JK :



Réalisation avec 3 bascules D :



Chronogrammes du décompteur :



Ce décompteur décompte de à : il s'agit d'un décompteur modulo

Remarques sur les compteurs asynchrones :

- * On constate que la fréquence du signal Q₀ est la moitié de celle de l'horloge H, et de manière générale la fréquence de Q_n est la moitié de celle de Q_{n-1}
- * Le modulo d'un tel compteur est forcément une puissance de 2 [2, 4, 8, 16, 32, etc.] ce qui revient à dire qu'un compteur asynchrone réalisé en mettant en cascade des bascules T sera toujours à cycle complet
- * Chaque bascule commande l'horloge de la bascule suivante, ce qui crée un temps de décalage entre les fronts des signaux de sortie, dû au temps de propagation des bascules. Ce temps de décalage est gênant dans deux cas :
 - Soit lorsqu'on travaille à fréquence élevée [par rapport au temps de propagation]
 - Soit lorsqu'on a un grand nombre de bascules en cascade
- * Ainsi, pour un comptage élevé, on préférera compter par décade successive de 0 à 9 [unité, dizaines, centaines, milliers, etc.].

IV - Les compteurs et décompteurs synchrones

Dans un compteur synchrone, toutes les bascules internes reçoivent le même signal d'horloge, en même temps : toutes les sorties du compteur basculent donc au même instant, sans faire apparaître de temps de décalage entre elles.

IV - 1 - Réalisation d'un compteur binaire à cycle complet sur 3 bits, synchrone

A chaque front actif sur l'horloge, une bascule réagira en fonction des états **qui étaient présents** sur ces entrée J et K **avant** le front d'horloge. Les équations des entrées J et K de chaque bascule à un instant t, se déterminent donc à partir de l'état qu'il y a sur les sorties à cet instant t, **mais en connaissant les valeurs que l'on veut obtenir sur les sorties à l'instant t + 1**.

Table de fonctionnement du compteur binaire 3 bits à cycle complet :

Sorties						Entrées					
Instant t			Instant t + 1			Instant t					
Q ₂	Q ₁	Q ₀	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	J ₀	K ₀

Equations des entrées J et K de chaque bascule :

On remarque que

$J_0 = K_0 = \dots\dots\dots$

$J_1 = K_1 = \dots\dots\dots$

$J_2 = K_2 = \dots\dots\dots$

Et si on avait plus de 3 bascules [compteur synchrone modulo 16, 32, 64, ou plus], les équations des entrées des bascules suivantes seraient :

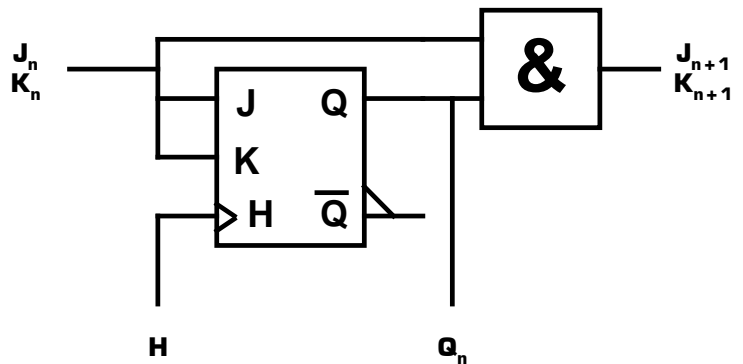
$J_3 = K_3 = \dots\dots\dots$

$J_4 = K_4 = \dots\dots\dots$

$J_5 = K_5 = \dots\dots\dots$

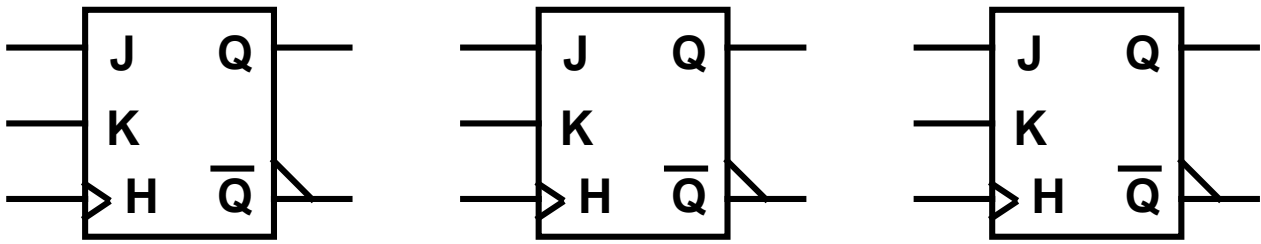
Etc.

On obtient donc, à partir de la deuxième bascule, le module cascadable ci-contre :

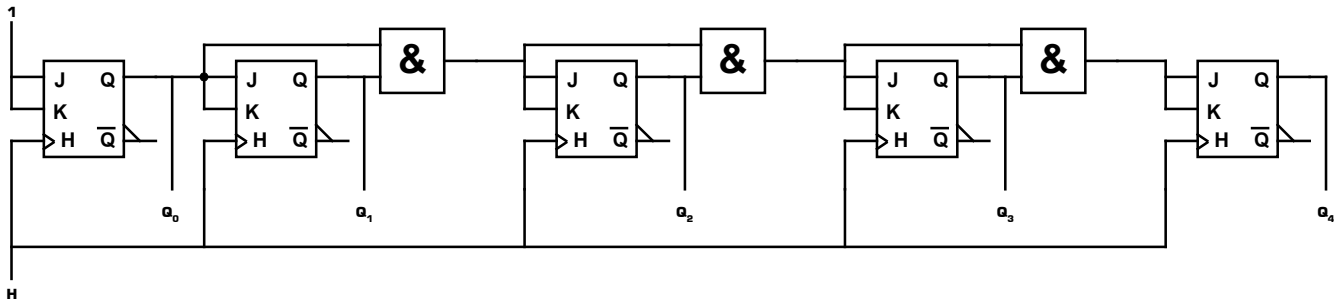


Module cascadable d'un compteur synchrone à bascule JK

Schéma du compteur synchrone 3 bits modulo 8 :



Application du module cascadable : réalisation d'un compteur synchrone 5 bits modulo 32 [il est donc à cycle complet et compte de 0 à 31] :



Le fonctionnement d'un compteur peut être résumé par son **diagramme des transitions**, qui représente l'ensemble des valeurs de sortie du compteur durant un cycle. Pour le compteur 3 bits en binaire naturel et à cycle complet [il compte de 0 à 7, puis recommence à 0 après 7], le diagramme des transitions est le suivant :

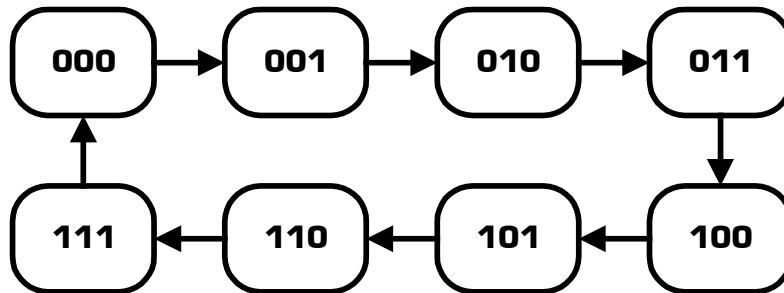


Diagramme des transitions d'un compteur 3 bits à cycle complet

IV - 2 - Réalisation d'un compteur 3 bits à cycle incomplet

On va maintenant réaliser, à l'aide de bascules JK, un compteur dont les caractéristiques sont les suivantes :

- * Sens de comptage : **compteur**
- * Code de sortie : **binaire naturel**
- * Type de basculement : **synchrone**
- * Nombre de bits en sortie : **3 bits (Q₀ étant le LSB et Q₂ le MSB)**
- * Mode de comptage : **à cycle incomplet**
- * Intervalle exact des valeurs de sorties : **il compte de 0 à 4, puis recommence**

Il s'agit donc d'un compteur *modulo 5*.

Diagramme des transitions de ce compteur :

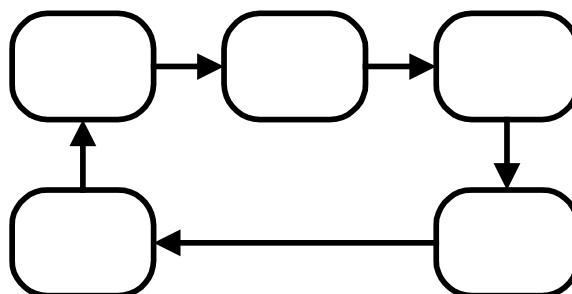


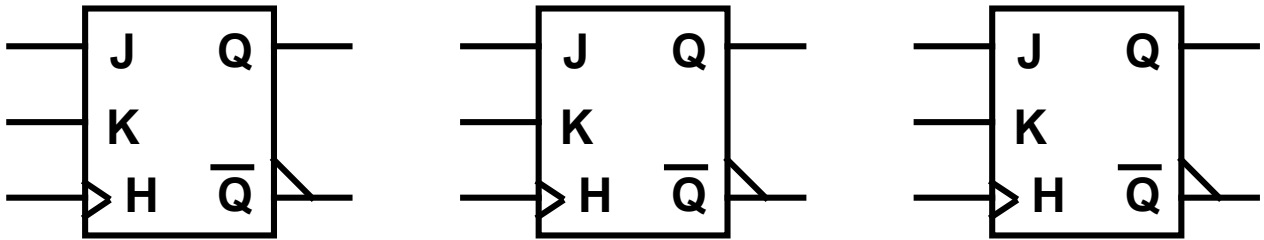
Table de fonctionnement du compteur binaire 3 bits à cycle incomplet :

Sorties						Entrées					
Instant t			Instant t + 1			Instant t					
Q ₂	Q ₁	Q ₀	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	J ₀	K ₀

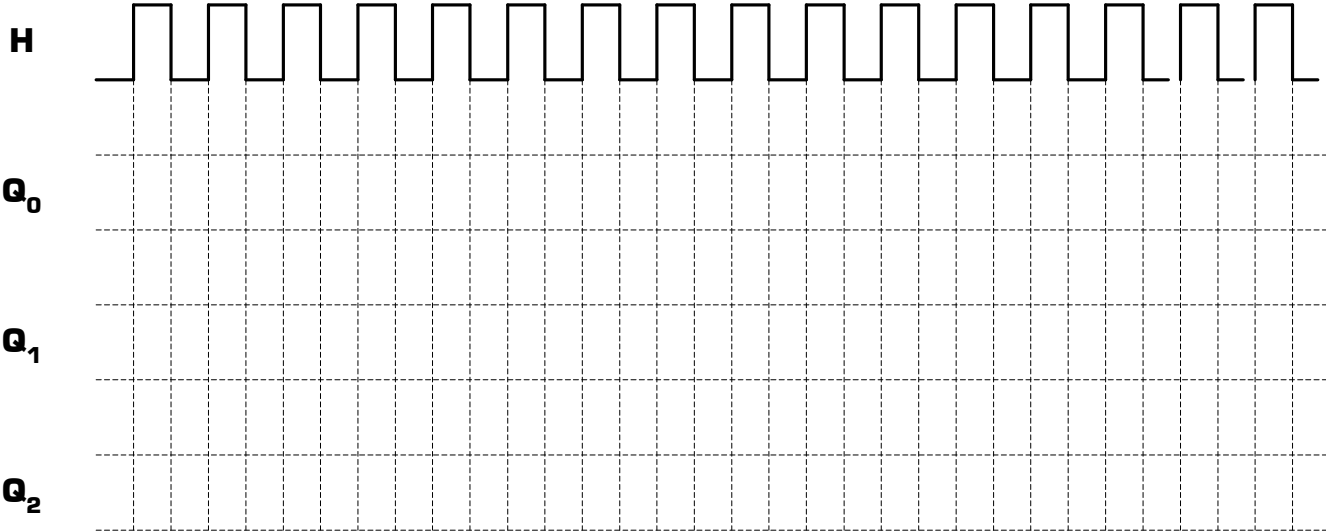
Equations des entrées J et K de chaque bascule :

$$\begin{aligned}
 J_0 &= \dots\dots\dots & K_0 &= \dots\dots\dots \\
 J_1 &= \dots\dots\dots & K_1 &= \dots\dots\dots \\
 J_2 &= \dots\dots\dots & K_2 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

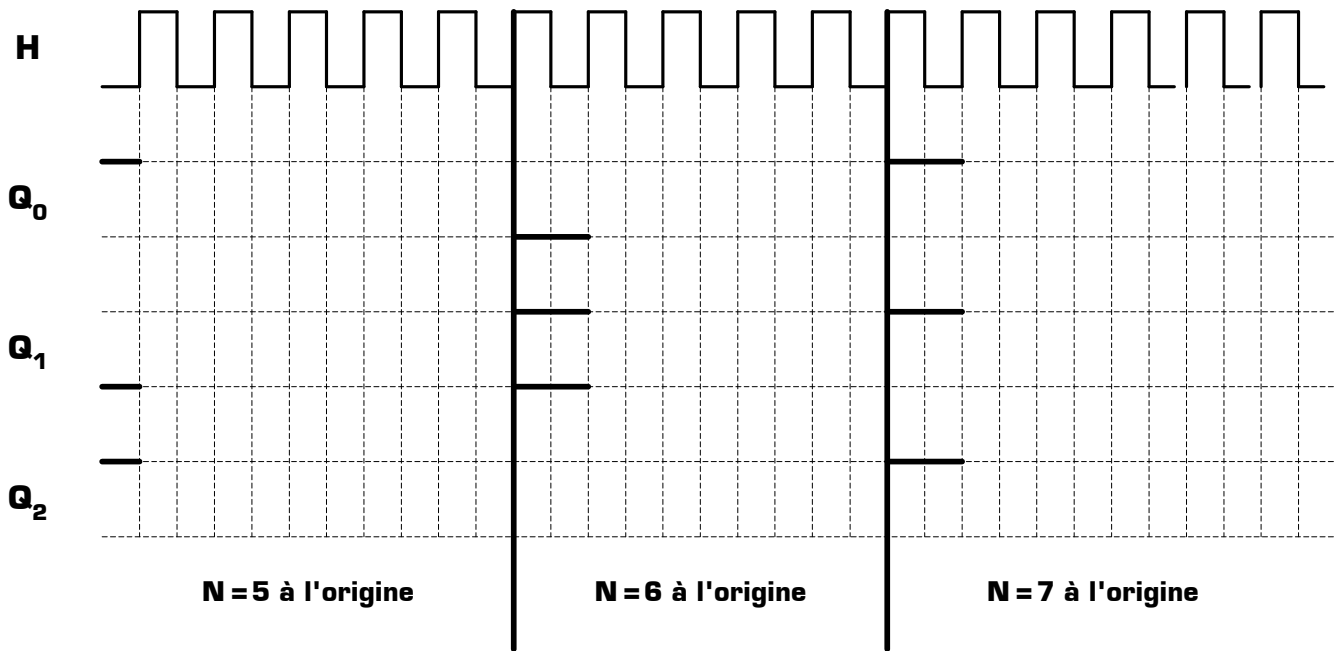
Schéma du compteur synchrone 3 bits à cycle incomplet :



Chronogrammes du compteur synchrone 3 bits à cycle incomplet, avec Q₀ = Q₁ = Q₂ = 0 à l'origine :



Problème posé : si à l'origine, le nombre N à la sortie des bascules est compris dans le cycle de comptage [N=0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4] le cycle commence et le compteur comptera normalement de 0 à 4. Mais que se passe-t-il si au démarrage nous avons N=5, ou N=6, ou N=7, c'est-à-dire une des valeurs *possibles* à la sortie des bascules, mais *non comprise dans le cycle de comptage* ? Pour connaître le comportement de notre compteur dans de pareils cas, nous allons compléter les chronogrammes suivants [page 7], en analysant chacune des situations individuellement.



A partir des chronogrammes ci-dessus, on peut en déduire le diagramme des transitions *complet*, faisant apparaître les 8 états possibles à la sortie du compteur 3 bits :

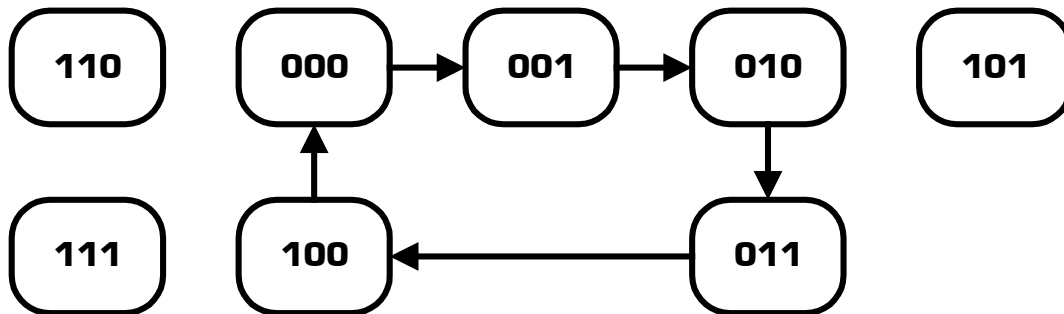
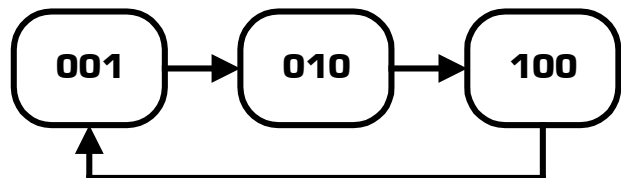


Diagramme des transitions complet du compteur 3 bits à cycle incomplet

On remarque que quelque soit l'état d'origine du compteur, le compteur finit toujours par entrer dans le cycle désiré de comptage. Un tel compteur est appelé un compteur **autocorrecteur**. Il faut remarquer que les compteurs synchrones que l'on réalise par la méthode de synthèse que l'on vient d'utiliser ne sont pas toujours autocorrecteurs.

IV - 3 - Synthèse d'un compteur de Johnson 3 bits

Un compteur de Johnson (appelé aussi « *compteur décimal* » lorsqu'il y a 10 sorties) est un séquenceur synchrone dont les sorties passent successivement à 1, une seule sortie étant à 1 à un instant donné. Le diagramme des transitions d'un compteur de Johnson 3 bits est représenté ci-contre :



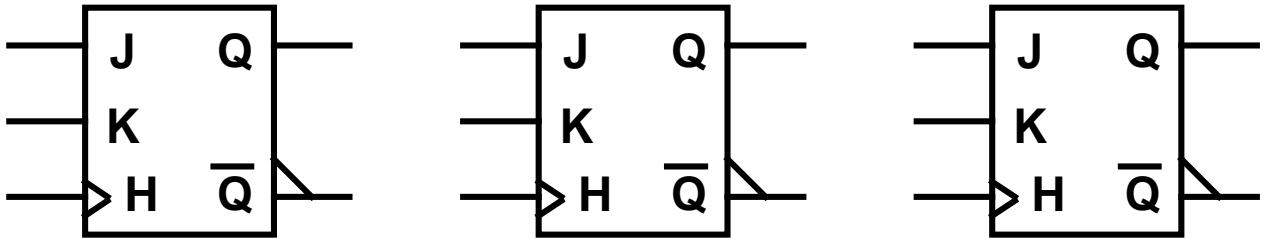
Il s'agit d'un compteur *modulo 3* puisque dans le cycle normal de comptage, la sortie ne présente que 3 états différents [1, 2, 4, 1, 2, 4, etc.]. Voici la table de fonctionnement de ce compteur de Johnson 3 bits :

Sorties						Entrées					
Instant t			Instant t + 1			Instant t					
Q ₂	Q ₁	Q ₀	Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	J ₀	K ₀

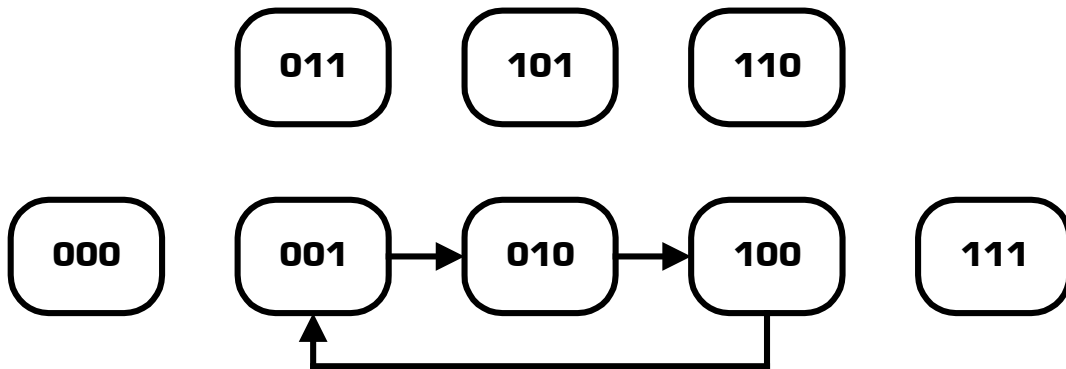
Equations des entrées J et K de chaque bascule :

J ₀ =	K ₀ =
J ₁ =	K ₁ =
J ₂ =	K ₂ =

Schéma du compteur de Johnson 3 bits :



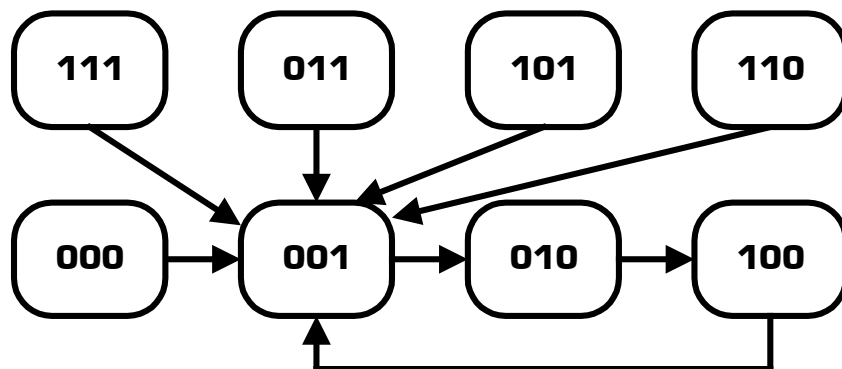
En analysant le montage réalisé ci-dessus, compléter le diagrammes des transitions complet de ce compteur, et en déduire s'il s'agit d'un compteur autocorrecteur ou pas.



Conclusion :

IV - 4 - Amélioration du compteur de Johnson 3 bits

On désire maintenant réaliser un compteur de Johnson 3 bits autocorrecteur dont le diagramme des transitions complet est le suivant :



On remarque sur ce diagramme des transitions que chacune des valeurs non désirées [0, 3, 5, 6, et 7] font rentrer le compteur dans le cycle normal de comptage par la valeur 1 [première valeur du cycle]. Proposer un montage à bascules JK réalisant ce compteur de Johnson autocorrecteur.