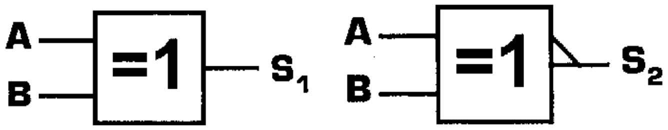
CORRECTION

Section : *S*	Option : ***Sciences de l'ingénieur***		Discipline : ***Génie Électrique***
Les comparateurs numériques			
Domaine d'application : **Traitement programmé de l'information**	Type de document : **Cours**	Classe : **Terminale**	Date :

I – Introduction

Cette famille de circuits logiques exploite la propriété de la fonction "OU exclusif" ou de son complément :

A	B	$S_1 = A \oplus B$	$S_2 = \overline{A \oplus B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

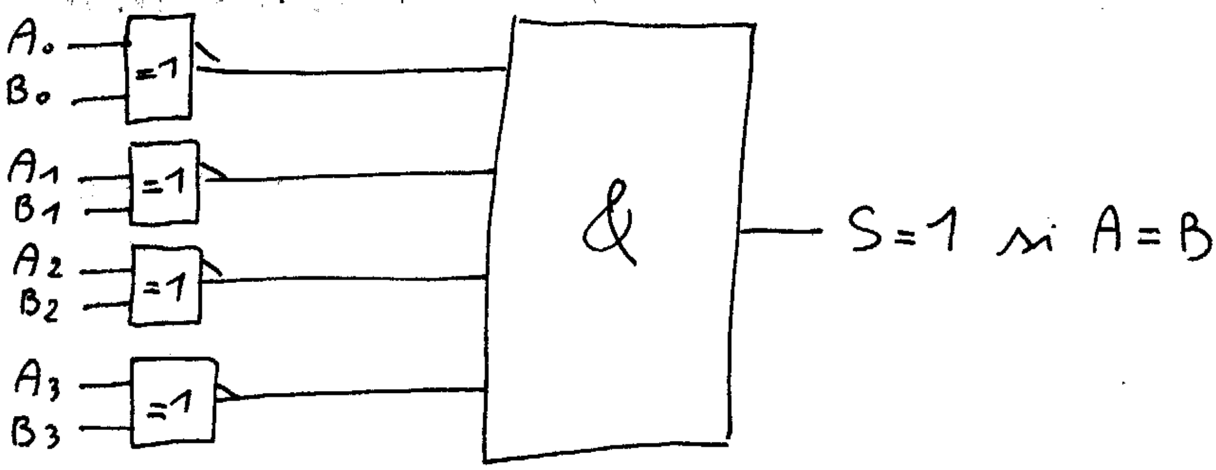


La comparaison de 2 nombres binaires A [A_0, A_1, A_2 … A_n] et B [B_0, B_1, B_2 … B_n] s'effectue dans de nombreuses opérations. On peut simplement demander une détection d'égalité ou bien savoir si le nombre A est supérieur ou inférieur au nombre B.

II – Détection d'égalité

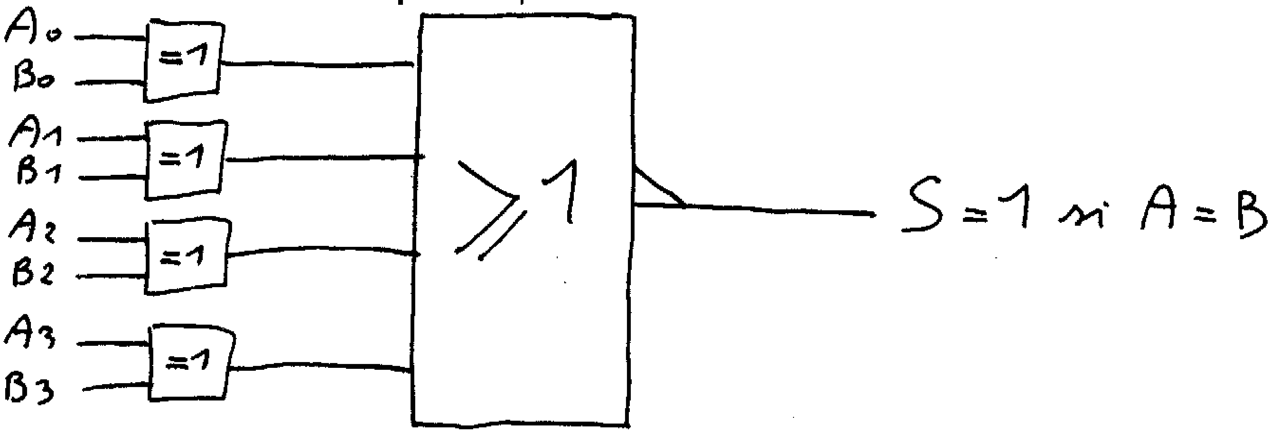
II – 1 – Principe

Les bits de même rang A_i et B_i des 2 mots à comparer sont analysés par une fonction "OU-exclusif-NON" pour donner en sortie l'indication d'égalité (e = 1) ou de non égalité (e = 0). Les 2 mots A et B sont égaux si et seulement si tous leurs bits de même rang A_i et B_i sont égaux. En conséquence pour obtenir A = B, il suffit de mettre en condition "ET" les différents résultats. **Exemple :** Comparaison de 2 mots de 4 bits :



II – 2 – Variante utilisant des portes OU-Exclusif

Les bits de même rang A_i et B_i des 2 mots à comparer sont cette fois analysés par une fonction "OU-exclusif". Lorsqu'il y a égalité entre 2 bits de même rang, la sortie de la porte OU-Exclusif passe à 0. Pour détecter l'égalité entre les deux mots binaires A et B, il faut alors détecter que toutes les sorties des portes OU-Exclusif sont à 0, ce qui se fait avec une fonction OU-NON. **Exemple :** Comparaison de 2 mots de 4 bits :



III - Comparateur donnant A>B, A<B, et A=B

III - 1 - Principe de la comparaison de deux nombres binaires

Soient 2 nombres binaires A et B de 2 bits chacun [A_0 A_1 et B_0 B_1] à comparer. Pour traduire les 3 possibilités, on délivre le résultat à l'aide de 3 sorties spécialisées. La table de vérité est donc la suivante [les sorties sont actives sur niveau haut].

Entrées				Sorties		
Mot A		Mot B		S_1	S_2	S_3
A_1	A_0	B_1	B_0	A<B	A=B	A>B
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1 ←	0	0
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0		0	1 ←
0	1	0	1		1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1 ←	0	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1 ←
1	1	1	1	0	1	0

ou bien :

$$S_3 = \overline{S_2} \cdot \overline{S_1}$$

Symbole :

comme les deux 1 fléchés

Equation des sorties :

$$S_1 = \overline{A_1} \cdot B_1 + \overbrace{\overline{A_0} \cdot B_0 \cdot (\overline{A_1} + B_1)}$$

$$S_2 = \overline{A_0 \oplus B_0} \cdot \overline{A_1 \oplus B_1}$$

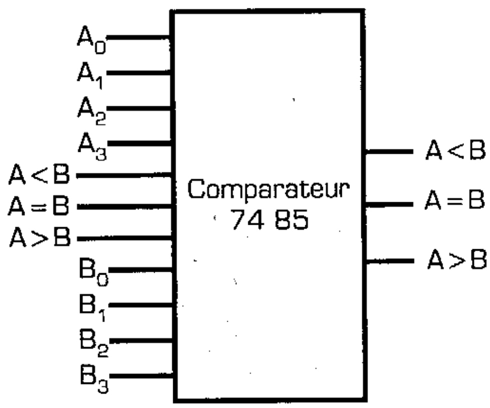
$$S_3 = A_1 \cdot \overline{B_1} + \underbrace{A_0 \cdot \overline{B_0} \cdot (A_1 + \overline{B_1})}$$

III - 2 - Exemple de circuit intégré : le comparateur 4 bits 7485

Ce comparateur possède 3 entrées supplémentaires qui lui permet de tenir compte d'une comparaison effectuée sur des bits **de rang inférieur** et de traiter ainsi des mots de longueur quelconque en mettant en cascade plusieurs circuits. Ces 3 entrées sont appelées : entrée A>B, entrée A=B, entrée A<B :

Entrées				Sorties		
Mots A et B	A>B	A=B	A<B	A>B	A=B	A<B
A > B	1	0	0	1	0	0
A > B	0	1	0	1	0	0
A > B	0	0	1	1	0	0
A = B	1	0	0	1	0	0
A = B	0	1	0	0	1	0
A = B	0	0	1	0	0	1
A < B	1	0	0	0	0	1
A < B	0	1	0	0	0	1
A < B	0	0	1	0	0	1
A > B	1	1	1	1	0	0
A = B	1	1	1	0	1	0
A < B	1	1	1	0	0	1

Symbole du 7485



* Si l'on souhaite que la sortie A=B passe à l'état 1 chaque fois que les deux nombres binaires sont égaux, il suffit de mettre l'entrée A=B à l'état 1, l'état des entrées A<B et A>B n'ayant alors pas d'importance.

* Si l'on souhaite que la sortie A>B passe à l'état 1 également dans le cas où les deux nombres binaires sont égaux, il faut mettre l'entrée A>B à 1 et mettre les entrées A<B et A=B à 0.Dans cette configuration de l'état des entrées A>B, A<B et A=B, la sortie A>B est à l'état 1 lorsque le nombre binaire A est supérieur au nombre binaire B ou quand ces deux nombres sont égaux. Elle indique donc si A est « supérieur ou égal » à B.
* De même, en mettant l'entrée A<B à l'état 1 et les entrées A>B et A=B à l'état 0, la sortie A<B indique si le nombre binaire A est « inférieur ou égal » au nombre binaire B.

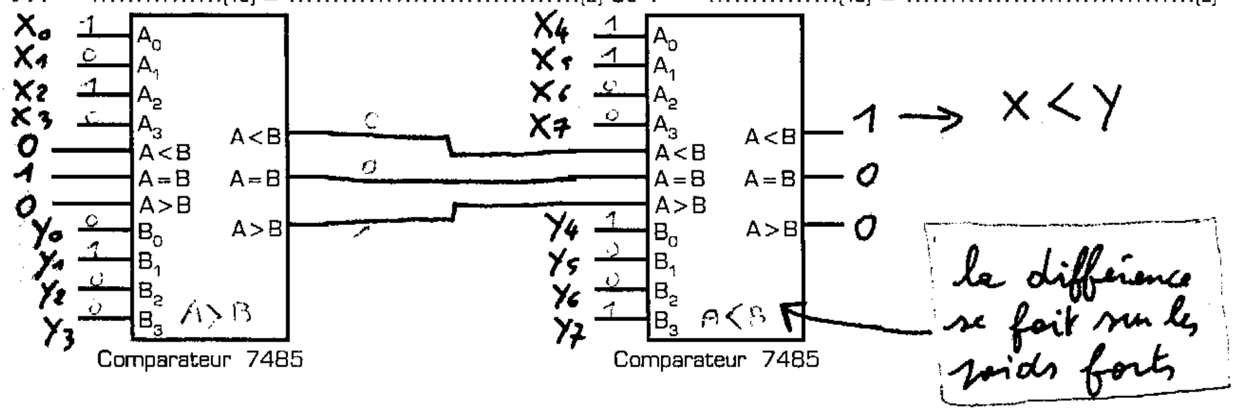
En mettant en cascade deux comparateurs 7485, on peut comparer deux nombres de 8 bits. Il suffit de relier la sortie A=B du premier comparateur à l'entrée A=B du second et de faire de même avec les sorties A>B et A<B.

Voyons le principe de mise en cascade de deux circuit 7485 pour comparer deux mots binaires X et Y de 8 bits chacun (deux octets). Les 8 bits de l'octet X sont X_0 à X_7 (X_0 étant le bit de poids faible et X_7 le bit de poids forts) et les 8 bits de l'octet Y sont Y_0 à Y_7 (Y_0 le bit de poids faible et Y_7 le bit de poids forts).

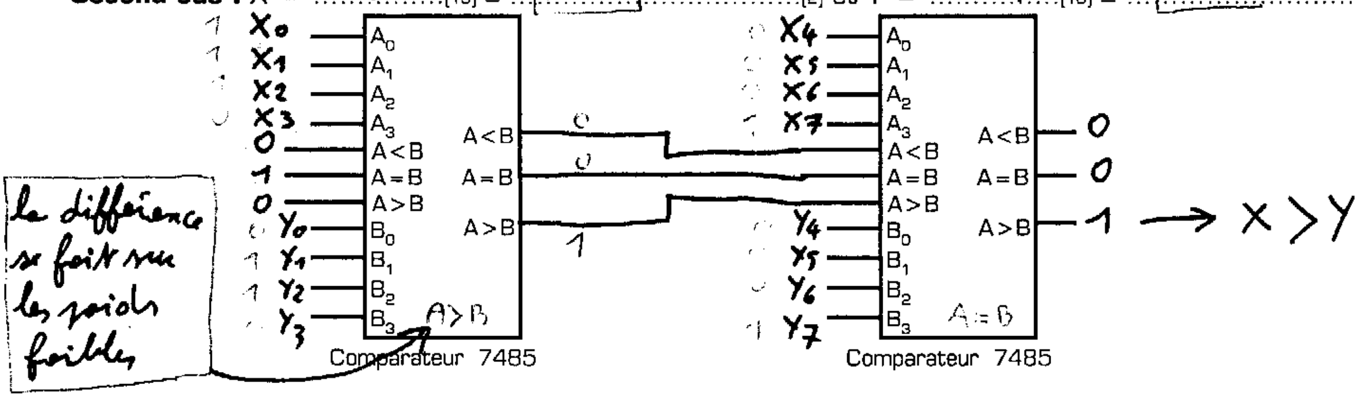
Le premier circuit compare les poids faibles de X avec les poids faibles de Y. Le résultat de cette comparaison est transmis aux entrées A<B, A=B et A>B du deuxième circuit. Celui-ci compare les poids forts de X avec les poids forts de Y et, éventuellement en fonction du résultat de la comparaison des bits de poids faibles de X et Y, indique sur ses sorties A>B, A=B et A<B le résultat de la comparaison des nombres X et Y.

Analysons ce principe de mise en cascade dans 3 cas bien précis :

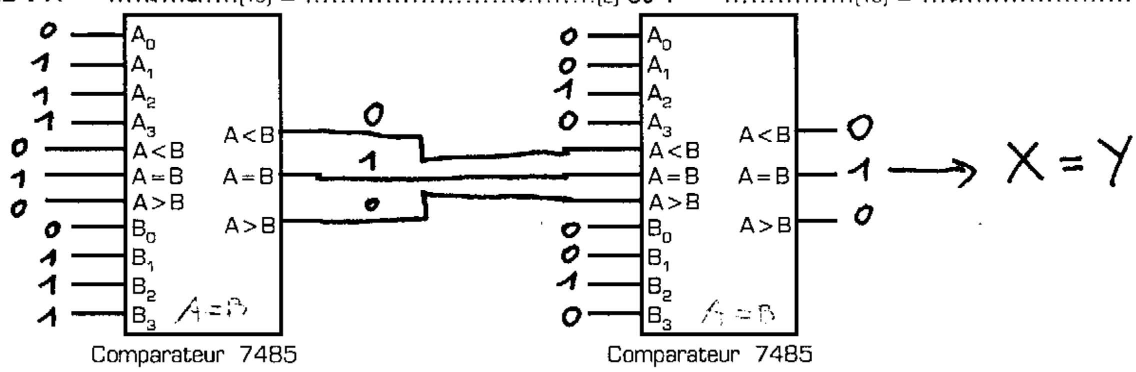
Premier cas : X = 53 $_{(10)}$ ≡ 0011 0101 $_{(2)}$ et Y = 146 $_{(10)}$ ≡ 1001 0010 $_{(2)}$



Second cas : X = 135 $_{(10)}$ ≡ 1000 0111 $_{(2)}$ et Y = 134 $_{(10)}$ ≡ 1000 0110 $_{(2)}$



Troisième cas : X = 78 $_{(10)}$ ≡ 0100 1110 $_{(2)}$ et Y = 78 $_{(10)}$ ≡ 0100 1110 $_{(2)}$



$S_1 = \overline{A_2} \cdot B_2 + (\overline{A_2 \oplus B_2}) \cdot \overline{A_1} \cdot B_1 + (\overline{A_2 \oplus B_2}) \cdot (\overline{A_1 \oplus B_1}) \cdot \overline{A_0} \cdot B_0$

IV – Exercice : conception d'un comparateur numérique 3 bits

Complétez ci-dessous la table de vérité d'un comparateur numérique 3 bits comparant les mots binaires A et B sachant qu'une sortie vaut 1 si la condition qu'elle représente est vraie [exemple : S3 = 1 si A > B]. Proposez ensuite une équation simplifiée pour chacune des 3 sorties S_1, S_2 et S_3 du comparateur en utilisant la méthode de votre choix [algèbre de Boole, tableaux de Karnaugh, extraction directe depuis la table de vérité, ou simple analyse du problème]. Vérifiez à l'occasion sur ordinateur l'exactitude de vos propositions avec un simulateur en testant tous les cas.

Entrées								Sorties		
Mot binaire A				Mot binaire B				A<B	A=B	A>B
A_2	A_1	A_0	Valeur décimale	B_2	B_1	B_0	Valeur décimale	S_1	S_2	S_3
0	0	0	0	0	0	0	0			
0	0	0		0	0	1	1			
0	0	0		0	1	0	2			
0	0	0		0	1	1	3			
0	0	0		1	0	0	4			
0	0	0		1	0	1	5			
0	0	0		1	1	0	6			
0	0	0		1	1	1	7			
0	0	1	1	0	0	0	0			
0	0	1		0	0	1	1			
0	0	1		0	1	0	2			
0	0	1		0	1	1	3			
0	0	1		1	0	0	4			
0	0	1		1	0	1	5			
0	0	1		1	1	0	6			
0	0	1		1	1	1	7			
0	1	0	2	0	0	0				
0	1	0		0	0	1				
0	1	0		0	1	0				
0	1	0		0	1	1				
0	1	0		1	0	0				
0	1	0		1	0	1				
0	1	0		1	1	0				
0	1	0		1	1	1				
0	1	1	3	0	0	0				
0	1	1		0	0	1				
0	1	1		0	1	0				
0	1	1		0	1	1				
0	1	1		1	0	0				
0	1	1		1	0	1				
0	1	1		1	1	0				
0	1	1		1	1	1				
1	0	0	4	0	0	0				
1	0	0		0	0	1				
1	0	0		0	1	0				
1	0	0		0	1	1				
1	0	0		1	0	0				
1	0	0		1	0	1				
1	0	0		1	1	0				
1	0	0		1	1	1				
1	0	1	5	0	0	0				
1	0	1		0	0	1				
1	0	1		0	1	0				
1	0	1		0	1	1				
1	0	1		1	0	0				
1	0	1		1	0	1				
1	0	1		1	1	0				
1	0	1		1	1	1				
1	1	0	6	0	0	0				
1	1	0		0	0	1				
1	1	0		0	1	0				
1	1	0		0	1	1				
1	1	0		1	0	0				
1	1	0		1	0	1				
1	1	0		1	1	0				
1	1	0		1	1	1				
1	1	1	7	0	0	0				
1	1	1		0	0	1				
1	1	1		0	1	0				
1	1	1		0	1	1				
1	1	1		1	0	0				
1	1	1		1	0	1				
1	1	1		1	1	0				
1	1	1		1	1	1				

$S_1 = 1$ si $B_2 > A_2$ ou si $B_2 = A_2$ ET $B_1 > A_1$ ou si $B_2 = A_2$ ET $B_1 = A_1$ ET $B_0 > A_0$

d'où

$S_2 = \overline{A_2 \oplus B_2} \cdot \overline{A_1 \oplus B_1} \cdot \overline{A_0 \oplus B_0}$ $S_3 = \overline{S_1 + S_2}$

COMPARATEUR 4 BITS

$A_3 A_2 A_1 A_0 \qquad B_3 B_2 B_1 B_0 \qquad 1x \quad 0x$

$A_3A_2A_1A_0$	$B_3B_2B_1B_0$	
0		1 0
1		1 0

1 x x x	0 x x x	$A_3 . \overline{B_3}$ x
0 1 x x	0 0 x x	$\overline{A_3} A_2 . \overline{B_3} . \overline{B_2}$ //
0 0 1 x	0 0 0 x	$\overline{A_3}\,\overline{A_2} A_1 . \overline{B_3}\,\overline{B_2}\,\overline{B_1}$ //
0 0 0 1	0 0 0 0	$\overline{A_3}\,\overline{A_2}\,\overline{A_1} A_0 . \overline{B_3}\,\overline{B_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_0}$ //
0 0 1 1	0 0 1 0	$\overline{A_3}\,\overline{A_2} A_1 A_0 . \overline{B_3}\,\overline{B_2} B_1 \overline{B_0}$ //
0 1 1 x	0 1 0 x	$\overline{A_3} A_2 A_1 . \overline{B_3} B_2 \overline{B_1}$ /
0 1 0 1	0 1 0 0	$\overline{A_3} A_2 \overline{A_1} A_0 . \overline{B_3} B_2 \overline{B_1}\,\overline{B_0}$ /

$$A_3.\overline{B_3} + \overline{A_3}.\overline{B_3}.\left(\overline{B_2}.\left(A_2 + \underline{\overline{A_2} A_1 \overline{B_1} + \overline{A_2}\,\overline{A_1} A_0 \overline{B_1}\,\overline{B_0} + \overline{A_2} A_1 A_0 B_1 \overline{B_0}}\right)\right.$$

$$\left. + B_2 A_2 \underbrace{\left(A_1 \overline{B_1} + \overline{A_1} A_0 \overline{B_1}\,\overline{B_0}\right)}_{\overline{B_1}\left(A_1 + \overline{A_1}.A_0.\overline{B_0}\right)}\right)$$

$$\underline{\overline{A_2}.\left(A_1\left(\overline{B_1} + A_0 B_1 \overline{B_0}\right) + \overline{A_1} A_0 \overline{B_1}\,\overline{B_0}\right)}$$

Équation du comparateur 4 bits:

A<B: $S_1 = \overline{S_2}.\overline{S_3}$

A=B: $S_2 = (\overline{A_0 \oplus B_0}).(\overline{A_1 \oplus B_1}).(\overline{A_2 \oplus B_2}).(\overline{A_3 \oplus B_3})$

A>B: $S_3 = A_3\overline{B_3} + \overline{A_3}.\overline{B_3}.\left(\overline{B_2}.\left(A_2 + \overline{A_2}.\left(A_1.\left(\overline{B_1} + A_0 B_1 \overline{B_0}\right) + \overline{A_1} A_0 \overline{B_1}\,\overline{B_0}\right)\right.\right.$

$\left.\left. + B_2.A_2.\overline{B_1}.\left(A_1 + \overline{A_1}.A_0.\overline{B_0}\right)\right)\right)$

$$S_3 = A_3.\overline{B_3} + (\overline{A_3 \oplus B_3}).A_2.\overline{B_2} + (\overline{A_3 \oplus B_3}).(\overline{A_2 \oplus B_2})A_1.\overline{B_1} + (\overline{A_3 \oplus B_3})(\overline{A_2 \oplus B_2}).(\overline{A_1 \oplus B_1}).A_0\overline{B_0}$$

$$= A_3.\overline{B_3} + (\overline{A_3 \oplus B_3}).\left(A_2.\overline{B_2} + (\overline{A_2 \oplus B_2}).\left(A_1.\overline{B_1} + (\overline{A_1 \oplus B_1}).A_0.\overline{B_0}\right)\right)$$

Retrouvez d'autres cours sur le site ressource

www.gecif.net

Téléchargez librement sur Gecif.net :

- ✎ **des cours et des TP de Génie Electrique**
- ✎ **des exercices et des évaluations avec corrections**
- ✎ **des ressources Automgen, ISIS Proteus et Flowcode**
- ✎ **des QCM pour réviser les cours et vous entraîner**
- ✎ **des logiciels d'électronique pour les installer chez vous**
- ✎ **des dossiers techniques de systèmes originaux**
- ✎ **des fiches pratiques sur tous les domaines des sciences de l'ingénieur**
- ✎ **des sujets de BAC**
- ✎ **et bien plus encore sur Gecif.net !**

Correction scannée et imprimée le 18 février 2012