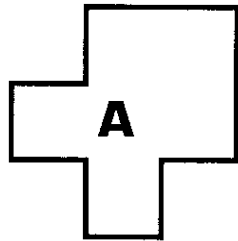
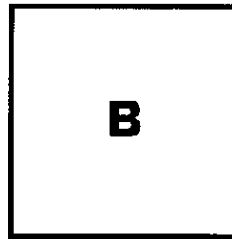


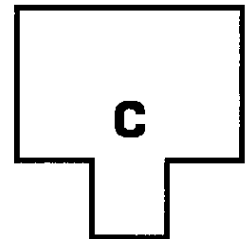
Une usine est chargée de fabriquer des pièces métalliques dans six formes différentes. Après leur fabrication, les pièces arrivent toutes sur un tapis roulant et doivent être triées selon leur forme. Voici les six formes de pièces fabriquées par l'usine :



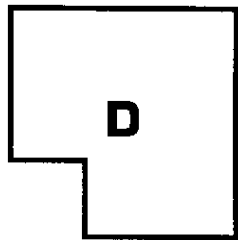
Pièce A



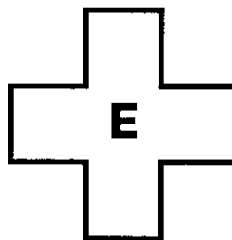
Pièce B



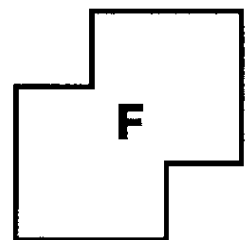
Pièce C



Pièce D



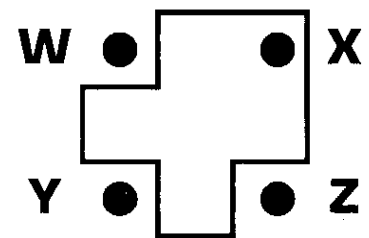
Pièce E



Pièce F

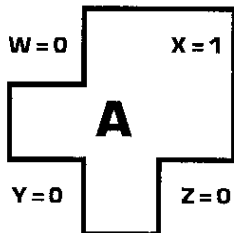
Afin de différencier les pièces, elles passent sur un dispositif constitué de 4 capteurs **W**, **X**, **Y** et **Z**. Les capteurs délivrent une information logique (0 ou 1) selon qu'ils détectent l'absence ou la présence d'un coin de la pièce :

- Si un capteur **n'est pas recouvert** par un coin il est à **0**
- Si un capteur **est recouvert** par un coin il est à **1**

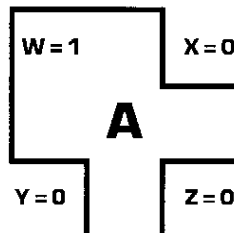


4 capteurs détectent les coins des pièces

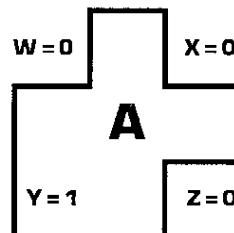
De plus chaque pièce peut arriver sur le dispositif de détection dans 4 positions différentes en subissant une rotation de 0°, 90°, 180° ou 270°. L'illustration suivante montre par exemple l'état de chacun des capteurs pour les 4 positions possibles de la pièce A :



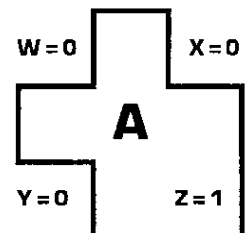
Pièce A avec une rotation de 0°



Pièce A avec une rotation de 90°

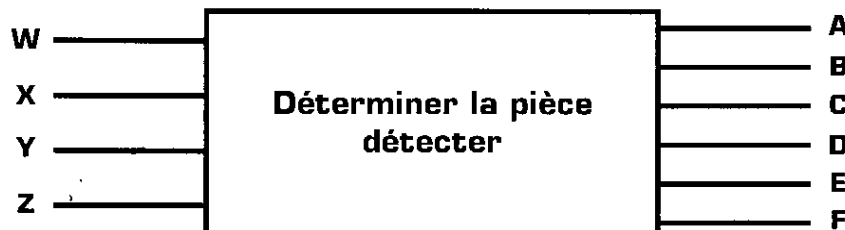


Pièce A avec une rotation de 180°



Pièce A avec une rotation de 270°

Les informations des 4 capteurs **W**, **X**, **Y** et **Z** arrivent à l'entrée d'une fonction logique « **Déterminer la pièce détectée** » possédant 6 sorties **A**, **B**, **C**, **D**, **E** et **F** :



Une sortie vaut 1 si la pièce de même nom est détectée. Par exemple :

- La sortie **A** vaut 1 si la pièce **A** est détectée
- La sortie **A** vaut 0 si la pièce **A** n'est pas détectée

1 - Table de vérité de la fonction « Déterminer la pièce détectée » :

Entrées				Sorties					
W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0	0	0

- Pièce A : si une seule entrée est à 1
- Pièce B : seulement si toutes les entrées sont à 1
- Pièce C : si 2 capteurs d'un même côté sont à 1
- Pièce D : si une seule entrée est à 0
- Pièce E : seulement si toutes les entrées sont à 0
- Pièce F : si 2 capteurs diagonalement opposés sont à 1

2 - Equation des sorties :

$$A = \neg W.\neg X.\neg Y.Z + \neg W.\neg X.Y.\neg Z + \neg W.X.\neg Y.\neg Z + W.\neg X.\neg Y.\neg Z = \neg W.\neg Z.(X\oplus Y) + \neg X.\neg Y.(W\oplus Z)$$

$$B = W.X.Y.Z$$

$$C = \neg W.\neg X.Y.Z + \neg W.X.\neg Y.Z + W.\neg X.\neg Y.Z + W.X.\neg Y.Z = (X\oplus Y).(W\oplus Z)$$

$$D = \neg W.X.Y.Z + W.\neg X.Y.Z + W.X.\neg Y.Z + W.X.Y.\neg Z = W.Z.(X\oplus Y) + X.Y.(W\oplus Z)$$

$$E = \neg W.\neg X.\neg Y.\neg Z = \neg(W+X+Y+Z)$$

$$F = \neg W.X.Y.\neg Z + W.\neg X.\neg Y.Z$$

Nommons chacun des termes utilisés plusieurs fois dans les équations :

$$\neg W.\neg Z = G$$

1 porte

$$\neg X.\neg Y = H$$

1 porte

$$W.Z = I$$

1 porte

$$X.Y = J$$

1 porte

$$X\oplus Y = K$$

1 porte

$$W\oplus Z = L$$

1 porte

Les équations deviennent :

$$A = G.K + H.L$$

3 portes

$$B = I.J$$

1 porte

$$C = K.L$$

1 porte

$$D = I.K + J.L$$

3 portes

$$E = G.H$$

1 porte

$$F = G.J + H.I$$

3 portes

Le logigramme de la fonction « Déterminer la pièce détectée » utilise 18 portes logiques au total.

La table de vérité ne contenant ni de phi ni de 1 logiquement adjacents, cet exercice est un exemple dans lequel les équations ne sont pas simplifiables avec l'algèbre de Boole, et encore moins avec les tableaux de Karnaugh. La seule optimisation possible est de factoriser les équations afin de faire apparaître des ou-exclusifs en veillant à ré-utiliser un maximum de fois chaque terme.

16 portes suffisent en utilisant des ET à 3 entrées pour D et F

18-01-2010

(aucune porte NON, aucune porte ET réutilisée) Voir doc

12 MAI 2011

$$B = W \cdot X \cdot Y \cdot Z \quad (1)$$

$$E = \overline{W + X + Y + Z} \quad (1)$$

$$C = (W \oplus Z) \cdot (X \oplus Y) \quad (3)$$

$$A = \overline{W + Z} \cdot (X \oplus Y) + \overline{X + Y} \cdot (W \oplus Z) \quad (5)$$

$$D = \underbrace{W \cdot Z \cdot (X \oplus Y)} + \underbrace{X \cdot Y \cdot (W \oplus Z)} \quad (3)$$

$$F = \underbrace{X \cdot Y \cdot (\overline{W + Z})} + \underbrace{W \cdot Z \cdot (\overline{X + Y})} \quad (3)$$

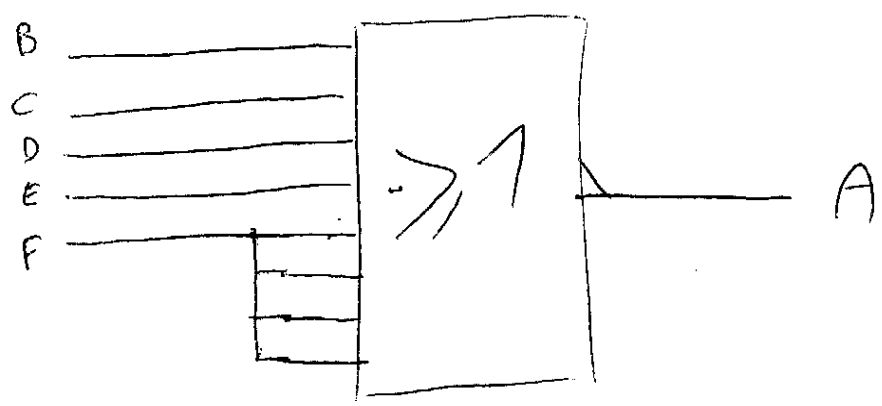
ET 3 entées

TOTAL: 16 PORTES

Remarque.

avec  $A = \overline{B + C + D + E + F}$  on tombe à **14 PORTES**

le ou-mon à 5 entées peut être fait avec un ou-mon à 8 entées.  
(ex: le 4078)



(idem pour  $F = \overline{A + B + C + D + E}$ )

**Retrouvez d'autres cours sur le site ressource**

**[www.gecif.net](http://www.gecif.net)**

**Téléchargez librement sur Gecif.net :**

- ✍ **des cours et des TP de Génie Electrique**
- ✍ **des exercices et des évaluations avec corrections**
- ✍ **des ressources Automgen, ISIS Proteus et Flowcode**
- ✍ **des QCM pour réviser les cours et vous entraîner**
- ✍ **des logiciels d'électronique pour les installer chez vous**
- ✍ **des dossiers techniques de systèmes originaux**
- ✍ **des fiches pratiques sur tous les domaines des sciences de l'ingénieur**
- ✍ **des sujets de BAC**
- ✍ **et bien plus encore sur Gecif.net !**