

Problèmes de logique utilisant l'algèbre de Boole

Domaine d'application :
Les systèmes logiques

Type de document :
Exercices

Classe :
Première

Date :

I - Problème n°1 : Paul est-il heureux ?

Paul est heureux dans les conditions suivantes : Lorsqu'il écoute de la musique et qu'il lit, ou bien lorsqu'il travaille en écoutant de la musique, ou encore lorsqu'il lit et qu'il ne travaille pas.

On définit 4 variables logiques de la manière suivant :

- * A = 1 si Paul écoute de la musique
- * B = 1 si Paul lit
- * C = 1 si Paul travaille

- * H = 1 lorsque Paul est heureux

I - 1 - Donnez l'équation logique de H [en fonction de A, B, et C], traduisant les données du problème.

I - 2 - Complétez la table de vérité de H :

A	B	C	H
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

I - 3 - À partir de cette table de vérité, dégagez une nouvelle équation de H.

I - 4 - Simplifiez cette nouvelle équation de H en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

I - 5 - D'après l'équation simplifiée de H, à quelles conditions Paul est-il heureux ? Ces conditions sont-elles équivalentes à celles énoncées dans le texte au début du problème ?

I - 6 - Déduisez de ce problème une nouvelle propriété de l'Algèbre de Boole.

II - Problème n°2 : Les aventures de Paul

Aujourd'hui, Paul a donné son état en déclarant les 4 affirmations suivantes :

- ET** « *je ne travaille pas OU je ne suis pas de bonne humeur* » [ou les 2]
- ET** « *je suis de bonne humeur OU je n'écoute pas de la musique* » [ou les 2]
- ET** « *je suis de bonne humeur OU j'écoute de la musique* » [ou les 2]
- ET** « *j'écoute de la musique OU je travaille* » [ou les 2]

Pour résoudre ce problème, nous allons utiliser les 4 variables logiques suivantes :

- * **A** signifie « Paul tr**A**veille »
- * **B** signifie « Paul est de **B**onne humeur »
- * **C** signifie « Paul é**C**oute de la musique »
- * **P** représente l'état de **P**aul aujourd'hui

II - 1 - Donnez une équation de **P**, en fonction de **A**, **B** et **C**, traduisant les données du problème.

II - 2 - Proposez un logigramme correspondant à cette équation, sans simplifier ni modifier l'équation.

II - 3 - À partir du logigramme, complétez la table de vérité de **P** ci-contre.

II - 4 - À partir de la table de vérité, donnez une nouvelle équation de **P**.

D'après cette équation, quel est l'état de Paul aujourd'hui ?

Paul travaille-t-il aujourd'hui ? oui non
Paul est-il de bonne humeur aujourd'hui ? oui non
Paul écoute-t-il de la musique aujourd'hui ? oui non

A	B	C	P
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

II - 5 - Proposez un nouveau logigramme simplifié pour **P**.

II - 6 - En utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole, simplifiez l'équation de **P** trouvée à la question II - 1 afin d'obtenir l'équation trouvée à la question II - 4.

III - Problème n°3 : Conditions de souscription d'une police d'assurance

Paul ayant réussi son permis de conduire, il décide d'aller assurer sa voiture. Chez son assureur, il découvre que les conditions requises pour souscrire une police d'assurance automobile sont énoncées comme suit. La personne voulant s'assurer doit être dans l'une des conditions suivantes :

- * homme marié
- * **OU** femme mariée, et n'avoir jamais eu d'accident
- * **OU** individu [c'est-à-dire homme ou femme], plus de 25 ans, et avoir eu un accident
- * **OU** femme mariée, et avoir plus de 25 ans
- * **OU** célibataire [c'est-à-dire pas marié], être âgé de plus de 25 ans, et n'avoir jamais eu d'accident
- * **OU** individu marié, avoir plus de 25 ans, et n'avoir jamais eu d'accident

On définit les variables logiques suivantes, associées aux événements logiques du problème :

- * **A** : la personne est **mariée**
- * **B** : la personne est un **homme**
- * **C** : la personne a déjà eu un **accident**
- * **D** : la personne a **moins de 25 ans**

III - 1 - Donnez une expression logique **S** en fonction des variables logiques **A**, **B**, **C** et **D**, traduisant les données du problème.

III - 2 - Simplifiez l'équation logique de **S** en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

III - 3 - D'après l'équation simplifiée de **S**, énoncez les nouvelles conditions requises pour souscrire la police d'assurance automobile.

III - 4 - À quelle condition une femme peut-elle s'assurer ?

III - 5 - À quelle condition une personne de plus de 25 ans peut-elle s'assurer ?

III - 6 - À quelle condition une personne mariée peut-elle s'assurer ?

III - 7 - À quelle condition une personne sans accident peut-elle s'assurer ?

III - 8 - Paul a 18 ans, il est célibataire et n'a jamais eu d'accident. Remplit-il les conditions pour s'assurer ?