

CORRECTION

Section : S	Option : Sciences de l'ingénieur	Discipline : Génie Électrique	
Exercices d'application de l'algèbre de Boole			
Domaine d'application : Les systèmes logiques	Type de document : Exercice	Classe : Première	Date :

I - Équations logiques, tables de vérité, et algèbre de Boole

I - 1 - On donne l'équation logique suivante : $S = \overline{A+B}$

Cette équation correspond à la sortie de quelle fonction logique ? OU - NON

1 - Complétez la table de vérité de S à partir de son équation :			2 - D'après cette table de vérité, donnez une nouvelle équation logique de S : <u>$\overline{A} \cdot \overline{B}$</u>
A	B	S	3 - En déduire une propriété de l'algèbre de Boole : <u>$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$</u>
0	0	1	
0	1	0	
1	0	0	
1	1	0	

I - 2 - On donne l'équation logique suivante : $S = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$

1 - Complétez la table de vérité de S à partir de son équation :			2 - D'après la table de vérité, reconnaissez-vous une fonction logique particulière ? Donnez une nouvelle équation de S : <u>ET - NON</u>
A	B	S	3 - En déduire une nouvelle propriété de l'algèbre de Boole : <u>$\overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} = \overline{A \cdot B}$</u>
0	0	1	
0	1	1	
1	0	1	
1	1	0	

Démontrez cette égalité en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole :

1	$S = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$	5	$S = \overline{A \cdot B}$
2	$s = \overline{A} (\overline{B} + B) + A \cdot \overline{B}$	6	$S =$
3	$s = \overline{A} + A \cdot \overline{B}$ <i>allègement</i>	7	$S =$
4	$s = \overline{A} + \overline{B}$	8	$S =$

I - 3 - On donne l'équation logique suivante : $S = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B$

1 - Complétez sur la page 2 la table de vérité de S à partir de son équation.

2 - D'après la table de vérité, reconnaissez-vous une fonction logique particulière ? Donnez alors une nouvelle équation de S :

$s =$ $A + B$

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3 - En déduire une nouvelle propriété de l'algèbre de Boole :

$$\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} + A \cdot B = A + B$$

Démontrez cette égalité en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole :

1	$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} + A \cdot B$	5	$S = 1 \cdot (A + B)$
2	$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot (B + B)$	6	$S = A + B$
3	$S = \bar{A} \cdot B + A$	7	$S = \dots$
4	$S = (A + \bar{A}) \cdot (A + B)$	8	$S = \dots$

I - 4 - On donne l'équation logique suivante : $S = [A + B] + [A \cdot B]$

1 - Complétez la table de vérité de S à partir de son équation :	2 - D'après la table de vérité, reconnaissez-vous une fonction logique particulière ? Donnez une nouvelle équation de S :															
	$S = A + B$															
<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	3 - En déduire une nouvelle propriété de l'algèbre de Boole :
A	B	S														
0	0	0														
0	1	1														
1	0	1														
1	1	1														
	$A + B + A \cdot B = A + B$															

Démontrez cette égalité en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole :

1	$S = [A + B] + [A \cdot B]$	5	$S = A + B$
2	$S = A + B \cdot 1 + A \cdot B$	6	$S = \dots$
3	$S = A + B \cdot (1 + A)$	7	$S = \dots$
4	$S = A + B \cdot 1$	8	$S = \dots$

II - Simplification d'équations

Simplifiez les équations logiques suivantes en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole et en précisant clairement le nom de la propriété utilisée à chaque transformation :

II - 1 - $W = [A \cdot B + C + D] \cdot A \cdot B = ?$ $A \cdot B$

II - 2 - $X = [\bar{B} + \bar{A}] \cdot [A \cdot C + \bar{B}] = ?$ \bar{B}

II - 3 - $Y = C \cdot [B + C] + [A + D] \cdot [\bar{A} + D] \cdot \bar{C} = ?$ $C + D \cdot \bar{C} = C + D$

II - 4 - $Z = A \cdot C \cdot [\bar{A} + B + \bar{C}] = ?$ $A \cdot B \cdot C$

III - Construction de la table de vérité et du logigramme à partir d'une équation

On donne l'équation de la sortie S d'un système logique à 3 entrées :

$$S = \underline{A \cdot \bar{B} \cdot C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \underline{\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C} = \bar{B} \cdot C (A + \bar{A}) + \bar{A} B \bar{C}$$

III - 1 - Complétez la table de vérité de S.

III - 2 - Proposez un logigramme correspondant à l'équation **non simplifiée** de S.

III - 3 - Simplifiez au maximum l'équation de S en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

$$S = \bar{B} \cdot C + \bar{A} B \bar{C}$$

III - 4 - Proposez un nouveau logigramme correspondant à l'équation **simplifiée** de S.

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

IV - Étude d'une fonction logique à partir de son équation

On donne l'équation de la sortie H d'un système logique à 3 entrées :

$$\textcircled{2} H = Y + \bar{Z} \cdot (X + \bar{X} \cdot Y)$$

$X + Y$ (allègement)

$$\textcircled{1} H = \bar{X} \cdot Y \cdot \bar{Z} + \underbrace{(\bar{X} + Y)}_{Y \text{ (inclusion)}} \cdot \underbrace{(Y + X)}_{X \cdot \bar{Z} \text{ (allègement)}} + \underbrace{(X + Z)}_{X \cdot \bar{Z} \text{ (allègement)}} \cdot \bar{Z}$$

$$\textcircled{3} H = Y + \bar{Z} \cdot Y + \bar{Z} \cdot X$$

Y (absorption)

IV - 1 - Simplifiez au maximum l'équation de H en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

$$\textcircled{4} H = Y + \bar{Z} \cdot X$$

IV - 2 - Complétez la table de vérité de H à partir de son équation simplifiée.

IV - 3 - Proposez un logigramme correspondant à l'équation **simplifiée** de H, en utilisant seulement 3 portes logiques.

X	Y	Z	H
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

V - Étude d'une fonction logique à partir de sa table de vérité

On donne la table de vérité de la sortie G d'un système logique à 3 entrées R, S, et T :

V - 1 - A partir de cette table de vérité, dégagez une équation logique de la sortie G.

$$G = \underline{\bar{R} S \bar{T}} + \underline{\bar{R} S T} + \underline{R \bar{S} \bar{T}} + \underline{R S \bar{T}}$$

V - 2 - Simplifiez cette équation en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

$$G = \bar{R} \cdot S + R \cdot \bar{T}$$

V - 3 - Proposez un logigramme de G en utilisant seulement 4 portes logiques. **DE MORGAN**

$$G = \bar{R} \cdot S + \overline{\bar{R} + T}$$

R	S	T	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

VI - Problèmes de logique

VI - 1 - Défense de fumer ou cracher :

Dans la cour de son lycée, Paul a lu sur le panneau d'affichage « **Défense de fumer ou cracher** ». On associe l'autorisation de « **fumer** » à la variable logique **F**, et l'autorisation de « **cracher** » à la variable logique **C**. L'interdiction de fumer s'écrit donc \bar{F} , et l'interdiction de cracher s'écrit \bar{C} .

1 - Le panneau « **Défense de fumer ou cracher** » exprime 2 interdictions distinctes. Lesquelles ? Utilisez les termes « **il est interdit de** » ainsi que « **et** » dans votre réponse.

2 - Comment écrire « **Défense de fumer ou cracher** » en fonction de **C** et de **F** ?

$$\overline{C + F}$$

3 - Comment écrire « **Défense de fumer ou cracher** » en fonction de \bar{C} et de \bar{F} ?

$$\bar{C} \cdot \bar{F}$$

4 - Déduire de ce problème une propriété de l'algèbre de Boole exprimant $\overline{C + F}$ en fonction de \bar{C} et de \bar{F} .

$$\overline{C + F} = \bar{C} \cdot \bar{F}$$

∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅

VI - 2 - Boire ou conduire, il faut choisir :

En allant passer son permis de conduire, Paul a lu sur la porte de l'auto-école « **Il est interdit de boire et conduire** ». On associe l'autorisation de « **boire** » à la variable logique **B**, et l'autorisation de « **conduire** » à la variable logique **C**.

1 - Comment écrire « **Il est interdit de boire et conduire** » en fonction de **B** et de **C** ?

$$\overline{B \cdot C}$$

2 - Comment écrire « **Il est interdit de boire et conduire** » en fonction de \bar{B} et de \bar{C} ?

$$\bar{B} + \bar{C}$$

3 - Déduire de ce problème une propriété de l'algèbre de Boole exprimant $\overline{B \cdot C}$ en fonction de \bar{B} et de \bar{C} .

$$\overline{B \cdot C} = \bar{B} + \bar{C}$$

∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅ ∅

VI - 3 - Paul est-il heureux ?

Paul est heureux dans les conditions suivantes : lorsqu'il écoute de la musique et qu'il lit, ou bien lorsqu'il travaille en écoutant de la musique, ou encore lorsqu'il lit et qu'il ne travaille pas.

On définit 4 variables logiques de la manière suivant :

- * A = 1 si Paul lit
- * B = 1 si Paul travaille
- * C = 1 si Paul écoute de la musique
- * H = 1 lorsque Paul est heureux

1 - Donnez l'équation logique de H (en fonction de A, B, et C), traduisant les données du problème.

$$H = C \cdot A + B \cdot C + A \cdot \bar{B}$$

2 - Complétez la table de vérité de H ci-contre.

3 - À partir de cette table de vérité, dégagez une nouvelle équation de H.

$$H = \bar{A}BC + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

4 - Simplifiez cette nouvelle équation de H en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole

$$H = BC + A\bar{B}$$

5 - D'après l'équation simplifiée de H, à quelles conditions Paul est-il heureux ? Ces conditions sont-elles équivalentes à celles énoncées dans le texte au début du problème ?

6 - Déduisez de ce problème une nouvelle propriété de l'Algèbre de Boole.

$$CA + BC + A\bar{B} = BC + A\bar{B}$$

A	B	C	H
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Retrouvez d'autres cours sur le site ressource

www.gecif.net

Téléchargez librement sur Gecif.net :

- ✍ **des cours et des TP de Génie Electrique**
- ✍ **des exercices et des évaluations avec corrections**
- ✍ **des ressources Automgen, ISIS Proteus et Flowcode**
- ✍ **des QCM pour réviser les cours et vous entraîner**
- ✍ **des logiciels d'électronique pour les installer chez vous**
- ✍ **des dossiers techniques de systèmes originaux**
- ✍ **des fiches pratiques sur tous les domaines des sciences de l'ingénieur**
- ✍ **des sujets de BAC**
- ✍ **et bien plus encore sur Gecif.net !**