Section : ***S***	Option : ***Sciences de l'ingénieur***	Discipline : ***Génie Électrique***

Exercices d'application de l'algèbre de Boole

Domaine d'application : **Les systèmes logiques**	Type de document : **Exercice**	Classe : **Première**	Date :

I – Équations logiques, tables de vérité, et algèbre de Boole

I – 1 – On donne l'équation logique suivante : $S = \overline{A+B}$

Cette équation correspond à la sortie de quelle fonction logique ? ………………………………

1 - Complétez la table de vérité de S à partir de son équation :

A	B	S
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

2 - D'après cette table de vérité, donnez une nouvelle équation logique de S :

……………………………………………………

3 - En déduire une propriété de l'algèbre de Boole :

……………………………………………………

I – 2 – On donne l'équation logique suivante : $S = \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}.B + A.\overline{B}$

1 - Complétez la table de vérité de S à partir de son équation :

A	B	S
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

2 - D'après la table de vérité, reconnaissez-vous une fonction logique particulière ? Donnez une nouvelle équation de S :

……………………………………………………

3 - En déduire une nouvelle propriété de l'algèbre de Boole :

……………………………………………………

Démontrez cette égalité en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole :

1	$S = \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}.B + A.\overline{B}$	5	S = …………………………………
2	S = ……………………………………………………	6	S = …………………………………
3	S = ……………………………………………………	7	S = …………………………………
4	S = ……………………………………………………	8	S = …………………………………

I – 3 – On donne l'équation logique suivante : $S = \overline{A}.B + A.\overline{B} + A.B$

1 - Complétez sur la page 2 la table de vérité de S à partir de son équation.

2 - D'après la table de vérité, reconnaissez-vous une fonction logique particulière ? Donnez alors une nouvelle équation de S :

S = ……………………………………………………

A	B	S
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

3 - En déduire une nouvelle propriété de l'algèbre de Boole :

……………………………………………………

Démontrez cette égalité en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole :

1	$S = \overline{A}.B + A.\overline{B} + A.B$	5	S = ……………………………………
2	S = ……………………………………………………	6	S = ……………………………………
3	S = ……………………………………………………	7	S = ……………………………………
4	S = ……………………………………………………	8	S = ……………………………………

I – 4 – On donne l'équation logique suivante : $S = (A+B)+(A.B)$

1 - Complétez la table de vérité de S à partir de son équation :	2 - D'après la table de vérité, reconnaissez-vous une fonction logique particulière ? Donnez une nouvelle équation de S : ……………………………………………………

A	B	S
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

3 - En déduire une nouvelle propriété de l'algèbre de Boole :

……………………………………………………

Démontrez cette égalité en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole :

1	$S = (A+B)+(A.B)$	5	S = ……………………………………
2	S = ……………………………………………………	6	S = ……………………………………
3	S = ……………………………………………………	7	S = ……………………………………
4	S = ……………………………………………………	8	S = ……………………………………

II – Simplification d'équations

Simplifiez les équations logiques suivantes en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole et en précisant clairement le nom de la propriété utilisée à chaque transformation *(à rédiger sur une feuille à part)* :

II – 1 – $W = (A.B+C+D).A.B =$?

II – 2 – $X = (\overline{B}+\overline{A}).(A.C+\overline{B}) =$?

II – 3 – $Y = C.(B+C)+(A+D).(\overline{A}+D).\overline{C} =$?

II – 4 – $Z = A.C.(\overline{A}+B+\overline{C}) =$?

III – Construction de la table de vérité et du logigramme à partir d'une équation

On donne l'équation de la sortie S d'un système logique à 3 entrées :

$$\mathbf{S = A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C}$$

III – 1 – Complétez la table de vérité de S.

III – 2 – Proposez un logigramme correspondant à l'équation **non simplifiée** de S.

III – 3 –Simplifiez au maximum l'équation de S en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

III – 4 – Proposez un nouveau logigramme correspondant à l'équation **simplifiée** de S.

A	**B**	**C**	**S**
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

IV – Étude d'une fonction logique à partir de son équation

On donne l'équation de la sortie H d'un système logique à 3 entrées :

$$\mathbf{H = \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z} + (\overline{X} + Y) \cdot (Y + X) + (X + Z) \cdot \overline{Z}}$$

IV – 1 – Simplifiez au maximum l'équation de H en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

IV – 2 – Complétez la table de vérité de H à partir de son équation simplifiée.

IV – 3 – Proposez un logigramme correspondant à l'équation **simplifiée** de H, en utilisant seulement 3 portes logiques.

X	**Y**	**Z**	**H**
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

V – Étude d'une fonction logique à partir de sa table de vérité

On donne la table de vérité de la sortie G d'un système logique à 3 entrées R, S, et T :

V – 1 – A partir de cette table de vérité, dégagez une équation logique de la sortie G.

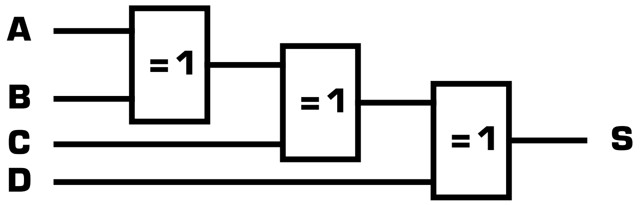
V – 2 – Simplifiez cette équation en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole.

V – 3 – Proposez un logigramme de G **en utilisant seulement 4 portes logiques**.

R	**S**	**T**	**G**
0	0	0	**0**
0	0	1	**0**
0	1	0	**1**
0	1	1	**1**
1	0	0	**1**
1	0	1	**0**
1	1	0	**1**
1	1	1	**0**

VI – Étude d'une fonction logique à partir de son logigramme

On donne le logigramme d'une fonction logique S à 4 entrées A, B, C et D :



Logigramme de la fonction logique S

A	B	C	D	S
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

VI – 1 – A partir de ce logigramme donnez une équation logique de la sortie S.

VI – 2 – Complétez ci-contre la table de vérité de S.

VI – 3 – Formulez, sous forme d'une phrase en français très claire, la condition pour laquelle la sortie S est à 1, en fonction de l'état des entrées.

VI – 4 – A quelle condition la sortie S de ce logigramme est à 0 ?

VII – Problèmes de logique

VII – 1 – Défense de fumer ou cracher :

Dans la cour de son lycée, Paul a lu sur le panneau d'affichage « ***Défense de fumer ou cracher*** ». On associe l'autorisation de « ***fumer*** » à la variable logique **F**, et l'autorisation de « ***cracher*** » à la variable logique **C**. L'interdiction de fumer s'écrit donc $\overline{F}$, et l'interdiction de cracher s'écrit $\overline{C}$.

1 – Le panneau « ***Défense de fumer ou cracher*** » exprime 2 interdictions distinctes. Lesquelles ? Utilisez les termes « ***il est interdit de*** » ainsi que « ***et*** » dans votre réponse.

2 – Comment écrire « ***Défense de fumer ou cracher*** » en fonction de **C** et de **F** ?

3 – Comment écrire « ***Défense de fumer ou cracher*** » en fonction de $\overline{C}$ et de $\overline{F}$?

4 – Déduire de ce problème une propriété de l'algèbre de Boole exprimant $\overline{C+F}$ en fonction de $\overline{C}$ et de $\overline{F}$.

VII – 2 – Boire ou conduire, il faut choisir :

En allant passer son permis de conduire, Paul a lu sur la porte de l'auto-école « ***Il est interdit de boire et conduire*** ». On associe l'autorisation de « ***boire*** » à la variable logique **B**, et l'autorisation de « ***conduire*** » à la variable logique **C**.

1 – Comment écrire « ***Il est interdit de boire et conduire*** » en fonction de **B** et de **C** ?

2 – Comment écrire « ***Il est interdit de boire et conduire*** » en fonction de $\overline{B}$ et de $\overline{C}$?

3 – Déduire de ce problème une propriété de l'algèbre de Boole exprimant $\overline{B.C}$ en fonction de $\overline{B}$ et de $\overline{C}$.